تربية

أحمد محمد جواد محسن

أراء تربوية في تعليم مادة الرياضيات





آراء تربوية
في
تعليم مادة الرياضيات

آراء تربوية
في
تعليم مادة الرياضيات

أحمد محمد جواد محسن الحكيم

دمشـــق

١٤٢٨هـ / 2007 م

الكتاب: آراء تربوية في تعليم مادة الرياضيات
تأليف: أحمد محمد جواد محسن
الناشر: دار كيوان

الطبعة الأولى
٢٠٠٧

دار كيوان
للطباعة والنشر والتوزيع



الحلبوني . دمشق . سورية
تلفاكس: ٠٠٩٦٣ ١١ ٢٢١٧٢٤٠
E- Mail: Kiwanhouse@mail.sy

إهداء

إلــى الــذين ســـاهموا فــي حصــولي علــى درجــات المعرفــة والتعلم...
والداي وأخواني

وإلى الذين قدّموا المساعدة في إعداد هذا الكتاب ...
زوجتـــــــــي وأولادي

المحتويات

مقدمة

إن تدريس الرياضيات تدريساً جيداً، ليس أمراً يسيراً، فهو عملٌ شاق، مثير، كثير المطالب، على سبيل المثال، يتطلب مهارات واستعدادات فردية تربوية عالية ، لأن مادة الرياضيات لم تكن سهلة التعلم، كما أنها بالنسبة لكثير من الطلاب، غريبة، غامضة، مخيفة، دروسها غير ممتعة، جافة، مملة. وثمة عوامل تجعل من هذه المادة أكثر صعوبة من غيرها. أولاً، أنها ذات طبيعة مجردة أكثر تجريداً من أي مادة أخرى. ثانياً، أن مواضيع الرياضيات متسلسلة، فإذا حدث تقصير في فهم أي منها فإنه يؤثر على فهم الموضوع الذي يليه. ثالثاً، تعلم الرياضيات يعتمد اعتماداً كبيراً على المدرس أكثر من المواد الأخرى. رابعاً، غالباً ما يتم تعليم الرياضيات بطريقة قاتمة، دون فهم، دون رغبة، دون أي سياق له معنى. خامساً، في بعض المجالات، خاصة المسائل العددية، يمكن للطالب الأداء، أداءً جيداً دون فهم، لهذا فإن مصاعب التعلم غالباً لا يلاحظها المعلم. لذلك فإن التغلب على هذه الصعوبات والتمكن من الرياضيات يتطلب من المتعلم استعدادات خاصة كالانتباه والتركيز والصبر والتذوق الجمالي للأرقام والأنماط وقوة في التفكير المنطقي والتخيل والتساؤل والجهد والمثابرة.

كما يتطلب من مدرس الرياضيات أيضاً أن يسعى لتحقيق أهداف أساسية منها، الهدف البلاغي وغايته كسب عقل المتعلم وتحقيق الفعالية النفسية والتربوية وتحبيب الرياضيات وجعلها ممتعة وحمل هذا المتعلم على دراستها والتأمل بها. وهدف آخر هو الهدف المنطقي للرياضيات، الذي يركز فيه المدرس على التركيب الضروري والموضوعي للمحاكمة العقلية والمحاججة، والتشديد على الروابط والعلاقات في الرياضيات، وتعزيز الاستنتاج العقلي

والارتقاء به، والقدرة على التعامل مع الأفكار المجردة.

غير أن الهدف الرئيسي لنا هو في النهاية المساعدة في تحسين تعليم الرياضيات وتعلمها من خلال قضايا تربوية كثيرة، نذكر منها في هذا الكتاب وهي: دعائم أساسية في الرياضيات التربوية، والعلاقة بين فلسفة الرياضيات والرياضيات التربوية، والفهم في الرياضيات، وتطبيقات آراء عالمي النفس بياجيه وفيكوتسكي ، وإعاقات حل المسألة، ودور الحساب الذهني، والآلات الحاسبة في المدارس، ودور الأسرة في تعليم الرياضيات، والرياضيات الشعبية ومضامينها التربوية. هذه القضايا تمثل مقالات كتبتها ونشرتها في مجلات متفرقة ، بأوقات متباينة، يجمعها جامع واحد هو مساعدة المعلم ليعلم الرياضيات بطريقة أفضل.

أحمد محمد جواد محسن الحكيم

دمشق في ١٥/٤/ ٢٠٠٧ م

دعائم أساسية في الرياضيات التربوية (*)

دأب العديد من البلدان على القيام بحركة إصلاح مستمرة، تجاه الرياضيات التربوية، التي تشمل المحتوى الرياضي والتعليم والتقييم (evaluation) ومن هذا المنطلق فإن حركة الإصلاح تتضمن تغيرات أساسية في محتوى المنهج الدراسي، وفي أساليب التعليم، وفي إعداد المعلمين، وفي التطوير المهني، وفي طرق الاختبارات والتقييم وفي مواقف عامة الناس. وعلى الرغم من أن التقدم في المجتمع الإنساني والتطورات العلمية والتكنولوجية وثورة المعلومات، تعد من أكثر الدوافع الخارجية أهمية، غير أن Zheng (1994) يرى أن الدراسات النظرية للرياضيات التربوية، أثناء العقد الماضي هي التي وضعت الأساس الضروري لحركة الإصلاح الجديدة. وهي التأكيد على: حل المسألة، وعلم نفس تعلم الرياضيات، والبعد الاجتماعي الثقافي للرياضيات التربوية.

التأكيد على حل المسألة

على الرغم من أن الدراسات والأبحاث حول "حل المسألة" عديدة ومتنوعة ومستمرة منذ أن وضع جورج بوليا كتابه الشهير "البحث عن الحل" عام 1948م، فقد كان "حل المسألة" هو الشعار الرئيسي للرياضيات التربوية أثناء الثمانينيات، حيث أوصت المؤسسات التربوية بالتركيز على "حل المسألة" في الرياضيات المدرسية، منها على سبيل المثال، المجلس القومي لمدرسي الرياضيات في الولايات

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((التربية)) في الدوحة، العدد ١٣٠، سبتمبر ١٩٩٩ م

المتحـــدة (NCTM,1980) ولجنـــة كوكروفـــت البريطانيـــة (Cockroft report,1982) والمقصـود بحـل المسـألة، هـو استعمال تشكيلة متنوعـة مـن المعرفـة والطـرق والأسـاليب الرياضية، بصورة فعالة، لحل مسائل غير نمطية، غير متكررة (non routine problems) بما فيها مسائل واقعية، وأخرى منبثقة من الرياضيات نفسها. ولابد من الإشارة هنا إلى أن أحد تعريفات القدرة في الرياضيات، هي أن يكون الفـرد قـادراً علـى حـل مسـألة جديـدة، مـن ضـمن المجـال المألوف لديه. لذا فإن القدرة على حل المسائل قد تكون من أكثر نتائج التعلم أهمية، وبنفس القدر عندما يكون الفرد قـادراً عـل حـل المســائل يمكنــه الــتعلم بصــورة مســتقلة (Klausmeier,1980). والمسـألة كمـا هـو معـروف تختلـف عـن التمـرين (exercise). إذ أن الـذي يقـوم بحـل المسـألة ليس لديه أسلوب أو طريقة خاصة تؤدي إلى الحل بصورة مؤكدة. ويرى (Zheng,1994) أن مجرد طرح فكرة التركيز على حل المسألة، يعد خطوة هامة في موضوع الرياضيات التربوية، بسبب أن هذه الفكرة، تمثل تحولاً كبيراً في مفهوم الرياضيات التربوية، أي أن الفكرة بحد ذاتها، رفض مباشر للمفهوم التقليدي للرياضيات التربوية، خاصة طريقة التعليم القائمـــة على"نقــل المعلومات"ونزعة"فصــل الــتعلم عــن التطبيق". ومن هذا المنطلق يمكن القول أن هناك ثلاثة عناصر رئيسة تتصل بـ " التركيز على حل المسألة " يؤكد عليهـا (Zheng) هــي: أولاً، ينبغــي للتلاميــذ أن يتعلمــوا الرياضيات عن طريق نشاطات وممارسات لحل المسائل. أي أن معرفة الرياضيات هي "عمل" (doing) كما أن التعليم يجب أن يركز بدأب واستمرار على "العمل"بدلاً من "معرفة بالشيء" (knowing that) كما يوصي بها المجلس القومي لتعلـيم الرياضــيات (NCTM,1984). والمقصــود بمعرفــة بالشيء، هي المعرفة التي تقوم على قواعد وقوانين، كما

تم تعريفها في كتاب"الرياضيات المدرسية في التسعينات". ثانياً، أنه بحل المسألة، خاصة تلك التي لها معنى واقعي، يستطيع التلاميذ أن يتعرفوا على قيمة الرياضيات، وأن يصبحوا أكثر ثقة بقدراتهم الرياضية. ولابد أن نشير هنا، أنه إذا لم يكن التلميذ قادراً على تفسير الهدف أو الغاية من الرياضيات، فلن تكون لها قيمة بالنسبة له، فمثلاً إذا استطاع أن ينجز بصورة صحيحة عملية ضرب عددين، لكنه غير قادر على الاستنتاج متى يمكن أن تستعمل هذه العملية، أو القول ما إذا كان الجواب معقولاً أم لا، فهذا يعني أن ثمة خطأً ما في تعلم الرياضيات. إذ أنه من الأسباب الرئيسية لتعليم الرياضيات، التي يؤكد عليها قسم التربية والعلوم البريطاني (Dept. of Education&Science,1989) أهميتها في تحليل المعلومات والأفكار والترابط فيما بينها. أما الثقة بالقدرات الرياضية، فيمكن أن تعني، المقدرة على نقل المهارات الرياضية في سبيل توسيع التمكن من أجل تعلم موضوع معين. ثالثاً، أن الهدف النهائي للرياضيات التربوية، ينبغي أن يتجلى بتحسين قدرة التلاميذ في حل المسألة، وعلى وجه خاص مساعدتهم في تعلم التفكير رياضياً. وبشكل عام فإن العديد من التربويين، قد قبلوا ودعموا الفكرة القائلة إن حل المسألة، هي محور الرياضيات المدرسية، التي هي على العكس مباشرة للمفهوم التقليدي للرياضيات التربوية، فمن هذا المنطلق يصبح " حل المسائل غير المتكررة" هي الموضوع الرئيسي لحركة الإصلاح في الرياضيات المدرسية (Romberge,1991) وفي الوقت ذاته ينبغي، كما هو معروف، تشجيع أساليب أخرى قد تفيد بحل المسألة، و هي المحاولة والخطأ والتخمين والتقدير والحدس.

التأكيد على علم نفس تعلم الرياضيات

إن أحد المشاكل الرئيسية التي تواجه الرياضيات التربوية، بشكل واسع من الناحيتين النظرية والعملية، هي كيفية تسهيل تعلم الرياضيات؟ التي تعد مشكلة نفسية (psychological) كما يقول "Skemp" المتخصص في الرياضيات وفي علم النفس، حيث يؤكد على أهمية دراسة البنية (Structure) في الرياضيات، وعلى كيفية إنشاءها ووظيفتها التي تعد في رأيه جوهر علم نفس تعلم الرياضيات (Skemp,1971). ومن هذا المنطلق فإن الدراسة المفصلة للعملية العقلية لتعلم الرياضيات تشكل موضوع علم نفس تعلم الرياضيات(Zheng,1994). ولهذا فإن التحليل المعمق لطبيعة تعلم الرياضيات وتعليمها، يعد الخطوة الرئيسية نحو الإجابة عن السؤال السابق. ويرى "Zheng" أن الدراسات المتصلة بذلك تعد نقطة الضعف في الرياضيات التربوية اليوم. وأحد أسباب هذا الضعف، يكمن في الانفصال التالي: إن معظم علماء النفس لا يعرفون الكثير عن الرياضيات، لذا فإن دراساتهم عادةً ما تكون مقتصرة على النظرية العامة للتعلم، أو على المبادئ الأولية جداً في تعلم الرياضيات. ومن جهة أخرى فإن علماء الرياضيات لا يكونوا على معرفة كاملة بالتطورات الجديدة في علم النفس، لذا تبقى أعمالهم في هذا المجال في مستوى الخبرة والممارسة. ومن ثم فإن المنهج الأساسي لإقامة علم نفس تعلم الرياضيات بصورة علمية، هو أن نأخذ النتائج الحديثة لعلم النفس العام كدليل عمل، من أجل الانطلاق بتحليلات إضافية لخصوصية تعلم الرياضيات. وقد بينت الدراسات الحديثة لعلم النفس أن المعرفة هي ليست انعكاساً للعالم الخارجي للعقل، بل هي عملية فعالة للتشييد قائمة على المعرفة السابقة والخبرة. (Glasersfeld,1989) ويعتقد (Zheng,1994) أن الخطوة الأولى لبناء علم نفس تعلم الرياضيات هي التحول من وجهة

النظر التقليدية للاستقبال السلبي (passive reception) إلى وجهة النظر التشييدية (constructivism) لتعلم الرياضيات. وبالإضافة إلى ذلك أن النظرية العلمية لتعلم الرياضيات لا يمكن بناؤها بمجرد تركيب علم النفس التعلم العام مع الرياضيات، مثل إدخال المحتويات الرياضية أو أمثلة عليها في الإطار النظري لعلم النفس التعلم العام، ولكن بدلاً من ذلك التعويل على الدراسات المباشرة لظواهر ومشاكل خاصة في تعلم الرياضيات بالاسترشاد بالنتائج الايجابية للدراسات الحديثة لعلم النفس، خاصة وجهة النظر التشييدية للتعلم. وفي هذا الإطار تعد الدراسات الحديثة لعملية حل المسألة بداية جيدة في هذا الاتجاه. كما أن الجوانب النفسية لحل المسألة تم التقصي عنها بشكل واسع من دراسات نظرية وتجريبية في الولايات المتحدة، حيث تم التوسع في ربطها مع ميادين مثل علم النفس المعرفي والذكاء الاصطناعي. (Kadigevic, 1993).

كما أن الاتجاه الرئيسي لعلم النفس المعرفي، هو أن لا يكون مقتصراً على "السلوك المنظور"بل أن ينفذ إلى معالجة المعلومات الداخلية للعقل، بما فيها التخزين والاسترجاع والتمثيل وتكوين المعرفة وهكذا. (Mayer, 1982) ولذا يمكن اعتبار وجهة النظر التشييدية، على أنها النتيجة الرئيسية لعلم النفس المعرفي، وإذا كانت فكرة التركيز على "حل المسألة"هي رفض مباشر للمفهوم التقليدي للرياضيات التربوية، فإن الدراسات المعرفية لتعلم الرياضيات، خاصة وجهة النظر التشييدية حول تعلم الرياضيات قدمت المزيد من المناقشات والآراء، ولهذا السبب فإنها جذبت انتباهاً كبيراً في مجال الرياضيات التربوية.

وقد برزت التشييدية، التي يشيد فيها المتعلم معرفته الذاتية بشكل فعال باستعمال معرفته السابقة، كأحد الاتجاهات النظرية المهيمنة في الرياضيات التربوية. وقد تكون

التشييدية، من أكثر المفاهيم التي قبلها الباحثين في علم نفس تعلم الرياضيات على نطاق واسع، أمثال " Skemp"و" Glasersfeld " و" Zheng "و" Ernest ".

وقد انبثقت التشييدية في التعلم عن البنيوية (Structuralism) عند بياجيه (Piaget) الذي درس البنى من ضمن وجهة نظره التي سماها (علم النفس التطوري) أي الدراسة التطورية لعقل الطفل ومحاولة اكتشاف البنى النفسية التي تكمن وراء نشوء المدركات العقلية لديه (جعفر1987) وتوضح هذه النظرة كيف يشيد الطفل معرفته من خلال التعامل مع الواقع، وأن عملية التعلم ليست مجرد تراكم للمعرفة، بل هي إعادة فعالة لبناء الفكر. وتتضمن البنيوية عند بياجيه، الاعتقاد، بأن العقل البشري، حين ينظم نفسه فإن من الضروري تشييد مجموعة مميزة للبنى الرياضية المنطقية،وهي في النهاية، البنى الأم التي ميزها بورباكي (Bourbaki) وهي البنى الجبرية والترتيب والتوبولوجية. وقد طرح بياجيه سلسلة من المراحل حيث تنمو المعرفة عند الفرد في تشييد هذه البنى. والبنية كما يعرفها الجابري (1982) هي "منظومة من العلاقات الثابتة في إطار بعض التحولات"منظومة بغض الطرف فيها عن العناصر المكونة لها وتحتفظ بنفسها على كيانها الخاص وتعتني بما يجري فيها من التحولات ودون أن يستلزم الأمر الخروج من حدودها أو إضافة أي عنصر جديد إلى عناصرها. ولابد أن نذكر أن البنيوية قد واجهت انتقادات عديدة لا مجال لذكرها هنا. ولابد أن نشير هنا أن Skemp يعد صاحب الخطوة الكبيرة للانتقال من البنيوية إلى التشييدية التي أوضحها في كتابه " The Psychology of Learning Mathematics " في طبعته الجديدة عام 1987. فقد اعتبر أن التعلم هو تكوين بناءات مفاهيميه (Conceptual Structures) تترابط وتعالج بواسطة الرموز،

وذلك بالتأكيد على فكرة بياجيه، بأن البناء الفعلي لنظام مفاهيمي (Conceptual System) هو شيء ما يستطيع كل فرد أن يفعله لنفسه. ثمة ستة مبادئ للتشييدية، ذكرها "Skemp " يمكن تلخيصها كالآتي (Kadigevic,1993):

- إن المعرفة تنتمي لصاحبها أكثر مما تنتمي إلى عالم الوجود المستقل.
- لا يمكن نقل المعرفة من المعلم إلى المتعلم.
- على المتعلم أن يكوّن معرفته بأسلوب تجزيئي، باستعمال تعلمه السابق.
- إن العمليات العقلية، تعد جزءاً من كل البنية العقلية التي تنظمها في كلٍ (whole) مترابط.
- قد تنبثق تصرفات مختلفة عن البنية المعرفية ذاتها.
- ينبغي الأخذ بعين الاعتبار، بنية التعلم وفقاً للمحتوى الذي سيتم تعلمه والمعلم، سواء كان شخصاً أم الحاسوب أم غيره.

وهكذا نلاحظ أهمية دراسة علم نفس تعلم الرياضيات، الذي يتضمن أيضاً الميكانيكيات النفسية مثل الإدراك والتجريد والتوازن، التي تعد ضرورية لفهم الطبيعة التشييدية للتعلم في المدرسة.

البعد الاجتماعي الثقافي للرياضيات التربوية

وأخيراً لابد أن ننظر إلى البعد الاجتماعي الثقافي وتأثيراته على الرياضيات التربوية، بما له أهمية في التفاعل الفردي المتبادل في تعليم الرياضيات وتعلمها، والطبيعة الاجتماعية للغة والرموز والعلاقات والمنجزات التكنولوجية وبيئة التعلم، أي البحث في نمو المعرفة لدى المتعلم ونمو المعرفة

المفاهيمية والتطور التكنولوجي المتنوع. ويرى (Zheng 1994) أن ثمة ثلاث مؤثرات للدراسة الاجتماعية الثقافية للرياضيات. أولاً، ينبغي علينا دراسة ثقافة المجتمع الإنساني كخلفية وأساس في دراسة الرياضيات التربوية. ولذا يمكن أن تمثل الرياضيات التربوية سمات الزمن الحالي. كما أن أحد الجوانب المهمة لحركة الإصلاح الجديدة للرياضيات التربوية، هي الانتقال من مجتمع صناعي إلى مجتمع معلوماتي (Information society) يقدم بدوره أكثر الدوافع أهمية لهذه الحركة. ولذا فإن الهدف النهائي لها، هو خلق نوع من الرياضيات التربوية، لا يلبي حاجات الزمن الحالي فحسب، وإنما يستعمل بشكل كامل التكنولوجيا الحديثة أيضاً. وهذا يعني أن نخلق رياضيات تربوية لعصر المعلومات. وفي هذا المقام نذكر وثيقة المؤتمر الدولي للتربية الدورة الخامسة والأربعون (1996)" تُحدث التكنولوجيات الجديدة للمعلومات تغيرات هامة في جميع جوانب الحياة الاجتماعية والثقافية، وتأثيرها في التعليم مزدوج:فمن ناحية، تشكل تكنولوجيات المعلومات أداة يمكن أن تساعد في عملية التعلم وإدارة شؤون التعليم، ومن ناحية ثانية أصبح استخدام هذه التكنولوجيات في حد ذاته مضموناً للتعليم".

ثانياً، أن البعد الاجتماعي الثقافي للرياضيات جعل من الطبيعة الاجتماعية لتعلم الرياضيات وتعليمها واضحة أيضاً. ومع أن تشييد المعرفة في الرياضيات ينبغي أن يؤديه الأفراد جميعهم أداءً مستقلاً نسبياً، فإن مثل هذه النشاطات يجب أن تتواصل في "بيئة اجتماعية"معينة وينبغي أن تتضمن عمليات تعبير واتصال ومقارنة ونقد وتحسين وهكذا، حيث أنها في الواقع"تشييد اجتماعي" ومن هنا تبرز أهمية وجهة نظر فيكوتسكي"Vygotsky" (1934-1986) التي تستند في الأصل إلى الدور الحاسم الذي يؤديه التطور التاريخي

(الاجتماعي: الثقافي) للنوع الإنساني في حصول عملية النمو المعرفي عند الإنسان منذ الطفولة حتى الرشد وذلك عن طريق صنع (وتطوير) واستخدام الأدوات المادية:المنجزات التكنولوجية والفكرية والثقافية:اللغة، الرموز والإشارات والعلاقات، (جعفر 1987) وبجانب الطبيعة الاجتماعية لتعلم الرياضيات، يمكن أن تظهر حقيقة الدور الذي يلعبه المعلمون، الذي يعد حالة وسط، ما بين نظام التربية بمجمله، وأهداف التربية. وبعبارة أخرى أن واجب المعلم هو تنفيذ جميع أهداف الرياضيات التربوية بشكل عام، عند مواجهة طلبة محددين وحالة محددة في التعليم.

ثالثاً، هناك تأثيراً ذا أهمية كبيرة للبعد الاجتماعي الثقافي للرياضيات التربوية، هو أهمية النظرة أو التصور إلى كل من تعليم الرياضيات وتعلمها، لأن ذلك له عدة مسببات:أولاً، أن كل معلم رياضيات، يؤدي عمله(بوعي أو دون وعي)تحت نفوذ نظرة معينة للرياضيات ولتعليمها. وفي الواقع أن تعليم الرياضيات يعد إظهاراً للطبيعة الاجتماعية للرياضيات التربوية. ثانياً، أن أهمية هذه النظرة، وبقدر ما يتعلق الأمر بالتلاميذ، تكمن في أن تعلم الرياضيات لم يكن عملية تشييد للمعرفة في الرياضيات فحسب، وإنما أيضاً لتشكيل قدر معين من التطورات والمعتقدات واتخاذ موقف من الرياضيات، كما أن الموقف من الرياضيات يمارس تأثيراً كبيراً حتى على دراسة المتعلم في الرياضيات العالية، وإنما لكل حياته. ومن هذا المنطلق يعتبر المجلس القومي لمدرسي الرياضيات في الولايات المتحدة (NCTM,1989) أن"التعلم لإعطاء قيمة للرياضيات"و"لكي يصبح الفرد واثقاً بقدراته"أول هدفين للرياضيات التربوية. وأخيراً فقد أخذ البعد الثقافي والاجتماعي، مكانةً واهتماماً كبيراً في الأبحاث والدراسات الجارية على سبيل المثال (Ernest,1993).

المصـــادر العربيــة

- محمـد عابـد الجـابري (1982) تطـور الفكـر الرياضـي والعقلانيـة المعاصـرة، الطبعـة الثانيـة، دار الطليعـة، بيروت.
- جيفري هوسون وبراين ويلسون (1992)" الرياضيات المدرسية في التسعينات"، ترجمة خضر الأحمد وموفق دعبول، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، الكويت.
- نوري جعفر(1987) آراء حديثة في تفسير نمو الطفل وتربيته، دار ثقافة الأطفال، بغداد.
- المـؤتمر الـدولي للتربيـة (1996) مشـروع توصـيات الدورة الخامسة والأربعون، جنيف.

المصـــادر الأجنبيــة

- Cokcroft,W. H. (1982), "Mathematics Counts " Her Majesty Stationery Office , London.
- Dept. of Education and Science, (1987), "Mathematics from 5 to 16", Her Majesty, Stationery Office , London.
- Ernest, P. (1993), "Constructivism ,The Psychology of Learning ,and the Nature of Mathematics", Science & Education, 2, p87-93.
- Glasersfeld , E. Von , (1989) ," Constructivism in Education ", The International

Encyclopedia, of Education , Pergamon press, p162-163, Oxford.

- **Kadigevic, D. (1993), " Learning , Problem Solving and Mathematics Education ", report No. 93/3, University of Copenhagen.**
- **Klausmeier,H. (1980), "Learning and Teaching Concepts", Academic press ,New York.**
- **Mayer,R., E. (1982), " Implication of Cognitive Psychology for Instruction in Mathematical Problem Solving " ,Issues in Research ,Franklin institute press ,Philadelphia.**
- **NCTM,(1980), " An Agenda for Action; Recommendations for School Mathematics of the 1980s".**
- **NCTM,(1984),"Curriculumm and Evaluation Standards for School Mathematics".**
- **Polya,G. (1948), " How to solve it ",Princeton University press.**
- **Romberge,T. (1991),"Classroom institutions which foster Mathematical thinking and problem solving: connection between theory**

and practice".

- **Skemp,R. (1971),"The Psychology of Learning Mathematics ". Penguin , Middlessex.**
- **Skemp,R. (1987), " The Psychology of Learning Mathematics", Lexpand American edition, Lawrence Erlbaum ,New Gersy.**
- **Zheng,Z. (1994), " Philosophy of Mathematics and Philosophy of Mathematics Education" , in Humanistic Network, 9.**

من فلسفة الرياضيات إلى الرياضيات التربوية(*)

هل ثمة صلة وثيقة بين فلسفة الرياضيات والنشاطات الفعلية في الرياضيات، وما يتضمن ذلك من أساليب البحث في الرياضيات وفي تعليمها وتعلمها؟ أو بعبارة أخرى هل ثمة أي تأثير ملموس لفلسفة الرياضيات على النشاطات الفعلية في الرياضيات؟ وللإجابة عن هذا التساؤل، برز اتجاه يمثله Zheng[١] وErnest[٢] وغيرهما، يرى أن هناك علاقة متينة بين فلسفة الرياضيات والرياضيات التربوية والرياضيات ذاتها، من منطلق، أن البحوث الحديثة في فلسفة الرياضيات هي التي قدمت الأساس الأيديولوجي الضروري لحركة الإصلاح الجديدة في الرياضيات التربوية. ولذا فإن فلسفة الرياضيات يمكن أن تمارس تأثيراً بالغاً على مستقبل الرياضيات بصورة عامة، مثلما هو الحال مع بقية العلوم. من هنا فأن البحث في الاتجاه الخاص بالتطورات الجديدة في الرياضيات التربوية، التي تتجلى في التأكيد على حل المسألة، وعلم النفس تعلم الرياضيات، والمنطق الاجتماعي الثقافي للرياضيات التربوية، تمثل مفهوماً يخص الرياضيات التربوية الذي جوهره الأفكار الأساسية حيال السؤالين:"ما هي الرياضيات" و"ماذا تعني معرفة الرياضيات". وعند هاتين النقطتين يتجسد النفوذ المهم الذي مارسته فلسفة الرياضيات على الرياضيات التربوية.

الرياضيات من وجهة نظر سابقة

من المعروف، أن فلسفة الرياضيات كانت، لفترة طويلة،

(*) نُشر هذا المقال في ((المجلة الثقافية))، الجامعة الأردنية، العدد ٥٢، ٢٠٠١.

واقعة تحت تقليد من "دراسات الأسس" أو ما يسمى بأزمة الأسس. إذن كان الموقف المشترك لجميع المدارس الرئيسية في دراسة أسس الرياضيات، و هي المنطقية التي يمثلها فريج (Freje) وراسل(Russel) ووايتهيد (Whitehead)، والشكلية التي يمثلها هلبرت(Hilbert) والحدسية التي يمثلها بروور (Brouwer)، هو اعتبار الرياضيات، هيكلاً من المعرفة الرياضية[3].

وفي الواقع، كان يأمل من التحليل المنطقي للبنية الداخلية للمعرفة الرياضية، أن تضع أساساً ثابتاً للرياضيات من أجل حل مشكلة دقة أو صحة الرياضيات إلى الأبد. و لابد من الإشارة هنا، أن الباحثين في المدارس الثلاث المذكورة أعلاه، قد حققوا العديد من النتائج المهمة، كالمنطق الرياضي، ونظرية المجموعات والاستدلال التكراري وغيرها. هذا من جهة، ومن جهة أخرى وبقدر ما يتعلق الأمر بالأهداف النهائية، فقد ابتعد هؤلاء الباحثون كثيراً عن النشاطات الواقعية للرياضيات لذا غدت دراسة فلسفة الرياضيات راكدة بعد فترة العصر الذهبي ما بين 1890م إلى 1940م تقريباً ولعل أبرز ما نشير إليه هنا، أن المذهب التقليدي للرياضيات باعتبارها هيكلاً من المعرفة الموضوعية والمطلقة ومتسلسلة بشكل صارم ولا سبيل لإصلاحها، أضحى تحت تهديد من جانبين كما يقول Ernest، داخلياً وخارجياً. فداخلياً، لقد بينت المفارقات (Paradoxes) والتناقضات (Antinomies) أن أسس النظام الرياضي ليست أمينة كما يفترض لها. ومما زاد في هذا الأمر هو بروز نظرية عدم الاكتمال (Incompleteness) لجودل (Godel) التي بينت أن الطريقة البديهية (Axiomatic) لا يمكنها أن تستحوذ على كل حقائق النظم الرياضية المطلوبة، أي أن معظم النظريات الرياضية تتضمن قضايا غير مفصول بها. وخارجياً، جاء رفض التركيز

التقليدي لفلسفة الرياضيات، و هو إقامة أسس راسخة للمعرفة الرياضية. فبالإضافة إلى أن ذلك غير ممكناً، فثمة عدم رضا لهذه القراءة المحدودة لفلسفة الرياضيات ووظيفتها.

مواقف جديدة

لقد برزت في الستينيات من القرن العشرين، بشكل رئيسي تحت تأثير فلسفة العلوم، بخاصة التي جاء بها Kuhn[4]، بعض الظواهر الجديدة في مجال فلسفة الرياضيات، التي مثلت بدورها مرحلة انتقالية للمواقف الأساسية. حيث ينبغي لفلسفة الرياضيات أن تهتم بطبيعة الرياضيات، بما فيها ممارسات علماء الرياضيات، وتطبيقات الرياضيات، ومكانة الرياضيات في الثقافة الإنسانية.

لذا فان الموقف الجديد كما يرى Zheng هو اعتبار الرياضيات، نشاطات إبداعية للبشر بدلاً من أن تكون هيكل معين محدد من المعرفة في الرياضيات. يطلق عليه " وجهة النظر الإنسانية للرياضيات ".

لذلك فالمقارنة مع وجهة النظر التقليدية للرياضيات، فأن هذا الفهم الجديد يتضمن المتغيرات التالية: أولاً، تؤكد وجهة النظر الجديدة على مبدأ تطور الرياضيات. ولكون الرياضيات هي نشاطات إبداعية للبشر فهي ليست شيئاً ساكناً ومتحجراً، ولكنها تتغير في كل الأوقات وستبقى تتغير في المستقبل. وبقدر ما يتصل الأمر بالنشاطات اليومية للرياضيات فإنها تمثل بالضرورة عمليات معقدة، متضمنة بوجه خاص التخمين والأخطاء والاختبارات. ثانياً، أن تطور الرياضيات ليس عملية تراكمية فحسب، وإنما يضم تغيرات نوعية أيضاً. على سبيل المثال التحول في طبيعة البرهان ومواصفاته من تلك القائمة على الحدس الهندسي إلى تلك

المعتمـدة علـى الحجـج الحسـابية فـي التحليـل الرياضـي. وأخيراً، تؤكد وجهة النظر الإنسانية أيضاً، أن الرياضيات تشمل النشاطات التي لها معنى، لذا لا ينبغي تعريفها على أنها معالجة آلية لرموز لا معنى لها.

ويؤكد هذه النظرة عالم الرياضيات هيرش[5] (Hersh)، الذي يرى أن للرياضيات وجود أو واقع، فقط عند اعتبارها جزءاً من الثقافة الإنسانية، ومع أنها تبدو سرمدية ومعصومة عن الخطأ، فإنها ظاهرة اجتماعية ثقافية تاريخية. وعلى هذا الأساس، قسم هيرش فلاسفة الرياضيات إلى مجموعتين، دعا إحدى المجموعتين بالاتجاه السائد (Main stream) والأخرى بالإنسانيين والخارجين (Humanists and Mavericks). حيث يرى الإنسانيون والخارجون، الرياضيات، أنها نشاط إنساني، بينما يرى أصحاب الاتجاه السائد، أن الرياضيات نشاط لا علاقة له بالبشر (Inhuman) أو فوق البشر (Superhuman). كما بين هيرش، أن ثمة فلاسفة لا يمكن تصنيفهم بالتصنيف السابق، أي أن ثمة تداخلاً بين هاتين المجموعتين.

اتجاهات أخرى في دراسة فلسفة الرياضيات

وكما أن وجهة النظر الإنسانية للرياضيات تمثل نقلة كبيرة للأفكار الأساسية، فأنها فتحت اتجاهات جديدة لدراسة فلسفة الرياضيات، كما يقول Zheng، فهناك أولاً، المنطلق الاجتماعي الثقافي للرياضيات، فمن الواضح أن جميع المتخصصين بالرياضيات في المجتمع الحديث، يعملون في بيئة اجتماعية معينة، لذا فأنهم أعضاء في "مجتمعات رياضية" فعلياً. وفي الحقيقة أن هدف معظم المتخصصين بالرياضيات، هو الحصول على صيغ أو عبارات رياضية، يمكن تمثيلها بلغة مقبولة على نحو موحد من المجتمع، وتعد

حلولاً لتلك المسائل المهمة التي لها شأن من قبل أفراد المجتمع، كما أنها مستندة على حجج أو أساليب مقبولة بصورة عامة من المجتمع. وفي الواقع، أن مثل هذا الدور الفرضي لمجتمع الرياضيات القائم على الفرد المتخصص في الرياضيات هو بروز ما يطلق عليه "الثقافة الرياضية" فحسب. إضافة إلى ذلك يمكننا في هذه الحالة دراسة الدوافع وقوانين تطور الرياضيات من أعلى مستوى. ويمكن القول أننا نستطيع تجاوز عمل أي فرد ونتخذ من المجتمع الإنساني بمجمله خلفية لدراسة التطور التاريخي للرياضيات، ومن الواضح أن مثل هذه الدراسات، تشير إلى أن فلسفة الرياضيات قد تطورت من النشاطات الرياضية اليومية إلى الدراسات الموسعة (**Macroscopic**).

وحسب وجهة النظر الموسعة، فأن النشاطات الرياضية بمجملها، هي عمليات عقلية أيضاً. وبشكل خاص فأن تكوين مفاهيم في الرياضيات تعد في الواقع عملية بناء. ولا بد أن نشير هنا، أنه ليس كل الكائنات الرياضية هي أشياء لها وجود في العالم التجريبي، وإنما هي من إبداعات التجريد. لذا فإنه أثناء البحث الدقيق، ليس المهم أن تكون كائنات معينة لها أو ليس لها خلفية تجريبية، أي لا يمكننا أن نعول على الحدس، بل على الاستدلال (**Deduction**) الذي نحصل عليه من التفسيرات والتوضيحات المناظرة. إذن عملية التجريد في الرياضيات هي نشاط للتشييد، أي أن الكائنات الرياضية، شيدت من التفسيرات والتوضيحات المناظرة، وأنه بواسطة عمليات البناء المنطقي يمكن للكائنات الرياضية المناظرة تحويلها من "إبداعات العقل الداخلية" إلى "الوجود المستقل الخارجي" فحسب وبسبب أن بعض الكائنات الرياضية ليست أشياء من العالم التجريبي، كما ذكرنا، كالأعداد التخيلية فإن دراسة الكائنات الرياضية، ينبغي أن تتضمن عملية "إعادة تكوين"، أي أنه

ينبغي تشييد الكائنات الرياضية المناظرة من العقل فعلياً، بحيث ما تم "تشكيله" بمساعدة اللغة يمكن إرجاعه إلى "العناصر الداخلية للعقل".

ثانياً، مع أن "التشييدية" (Constructivist)، هي مصطلح جديد في عالم الرياضيات التربوية، لكنه مألوفاً جداً لفلاسفة الرياضيات، لذا فإن بزوغ وجهة النظر التشييدية في تعلم الرياضيات وتعليمها، يمكن اعتباره امتداداً أو انتقالاً من فلسفة الرياضيات إلى الرياضيات التربوية. وما ينبغي ملاحظته هنا، هو أن بعض معلمي الرياضيات قد وجدوا في الدراسات الحديثة لفلسفة الرياضيات وفلسفة العلوم منهجاً لهم في التعليم. وفي هذا النطاق يرى العديد من المعلمين، على ضوء مناقشة الثورات العلمية في فلسفة العلوم، أن تشكيل "التعارض المفاهيمي" (Conceptual Conflict)، هو طريقة ضرورية وفعالة للنهوض بالتفكير في الرياضيات عند الطلبة، خاصة في تصحيح أفكارهم الخاطئة.

وأخيراً، فإن المنطلق الاجتماعي الثقافي للرياضيات التربوية، يتماشى بشكل واضح، مع الدراسات الاجتماعية الثقافية للرياضيات مباشرة. على سبيل المثال قدم معلمو الرياضيات تمثلاً بـ "مجتمع الرياضيات"، مفهوماً جديداً يدعى "مجتمع الرياضيات التربوية"، الذي يتضمن معلمي الرياضيات والباحثين في الرياضيات التربوية ومديري إعداد معلمي الرياضيات والمشرفين على مناهج الرياضيات وواضعي خطط الرياضيات التربوية، وواضعي الاختبارات في الرياضيات وهكذا.

كل ذلك انسجاماً مع مفهوم "مجتمع الرياضيات" والتمثل به. وأن أهم جانب لمجتمع الرياضيات التربوية هو أن جميع أعضائه يشاركون في مفهوم الرياضيات التربوية لدرجة كبيرة.

العلاقة ما بين فلسفة الرياضيات وتعليمها

قد يبدو للوهلة الأولى أن لا علاقة أو تأثيراً لفلسفة الرياضيات على تعليمها، لكن الأمر هو غير ذلك، ويرجع السبب إلى أن المعرفة الرياضية الذاتية لأي فرد والأهداف المعرفية لتخصص ما، غالباً ما تكون مترابطة وتخدم في تكوين أو إعادة تكوين كل منهما، وعادة ما تظهر من خلال أساليب التعليم أو الفلسفات المتضمنة في مواد المنهج الدراسي. ولكن الذي يحصل هو أن هذه القضايا تكون بعيدة أو منفصلة عن دروس الرياضيات المدرسية. وأنه لأمر غريب جداً، أن تكون النظريات الرياضية على سبيل المثال مفيدة جداً، غير أنه لا أحد يعلم بذلك. فالمدرس لا يشير إليها والتلاميذ لا يعرفونها، وكل ما يعرفونه هو أنها جزءا من المنهج الدراسي، وذلك غير إنساني كما يقول هيرش (Hersh)، وهو هنا يؤكد على أن فلسفة الرياضيات وثيقة الصلة جداً بتعليم الرياضيات. كما ينتقد الآراء الفلسفية للاتجاه السائد - الذي ذكرناه سابقاً - ويعتبرها غير تربوية وتتعارض مع الفهم، على سبيل المثال، ترتبط الفلسفة الشكلية بالاستظهار، الأمر الذي أدى بكثير من الطلبة أن يكرهوا الرياضيات. غير أن هذا لا يعني أن فلاسفة الرياضيات "الشكليين"، يؤيدون التدريب بالاستظهار، لكن النظرة الشكلية للرياضيات تنسجم بشكل طبيعي مع طريقة التعليم الاستظهاري. أما النظرة الإنسانية أنها لا تضر على الأقل، وقد تكون مفيدة، فقد أنزلت الرياضيات للأسفل إلى الأرض، وجعلتها في متناول الجميع من الناحية النفسية، وزادت من إمكانية أن يتعلمها أي فرد، لأنها مجرد أحد الأشياء التي يفعلها الأفراد. ومن هنا فإن الذي ينبغي التركيز عليه هو الحل والاستكشاف وتطبيق الرياضيات، كما أن تعليم الرياضيات وتعلمها بات يتضمن أكثر من مجرد نقل المعرفة والقوانين، الأمر الذي يتطلب منا العمل والمشاركة

كمختصين مبدعين في الرياضيات. هذا من جهة ومن جهة أخــرى وكمــا هــو معــروف أن للرياضــيات وتطبيقاتهــا وللتخصصـات الأخـرى، جـذوراً متسـاوية فـي لغـة ونشـاط البشر فقد أصبحت أنواع المعرفة ميادين مرتبطة، متصلة وغير منعزلة.

إذن مـن كـل مـا سـبق يمكـن تحليــل العلاقـة بـين فلسـفة الرياضيـات والرياضيـات التربوية، حيث أن المفهوم التقليدي للرياضـيات التربويــة يعكـس إلــى حـد كبيـر "وجهــة النظـر المطلقة للرياضيات"، وبجانب ذلك أن دراسة الأسس التي أشير لها أعلاه، هي التي قدمت بعض الأسس الأيديولوجية الضرورية إلى "حركة الرياضيات الجديدة"، التي ظهرت أثناء الستينيات من القرن العشرين. وفي الواقع كان الوجه المميز للرياضيات الحديثة هو التأكيد على البنية المنطقية للمعرفة الرياضية وعن كيفية التفكير تجاه الرياضيات، ومن هنا يمكن رؤية تأثير أصحاب مذهب الأسس.

والخلاصـــة ، أن ثمـــة علاقـــة بـــين فلســـفة الرياضـــيات والرياضيات التربوية ومن ثم عبر الرياضيات التربوية، قد تمارس فلسفة الرياضيات تأثيراً من نوع ما على مستقبل الرياضيات بصورة عامة.

المصادر:

(1) Zheng, Y. (1994) ,"Philosophy of Mathematics and Philosophy of Mathematics Education", Humanistic Mathematics Network Journal No.9 .

(2) Ernest,p. (1994),"in response to Prof. Zheng",

Philosophy of Mathematic Education, News Letter,No. 7.

(3) Good Man,N. D.(1979),"Mathematics as an Objective Science", American Mathematics Monthly, Volume 86,No. 7.

(4) Ernest,p. (1992),"Are there revolutions in Mathematic? " , Philosophy of Mathematics Education News Letter,No. 4& 5.

(5) Brockman,J. (1997),"What kind of thing is a number: a talk with Reuben Hersh", Humanistic Mathematics Network Journal No. 15.

ما المقصود في الفهم في الرياضيات(*)

إن الرياضيات مرتبطة ارتباطاً لا ينفصم بالفهم (Understanding) والتطبيق. غير أن الفكرة العامة عن الرياضيات كونها موضوعاً ينبغي فهمه بعمق، بحيث يمكن تطبيقه بفعالية، لم يكن دائماً محصلة قيمة للرياضيات المدرسية، التي من نتائجها الشائعة هو تعلم الرياضيات دون فهم. فالعديد من الكبار يعترفون بأنهم غير قادرين على تذكر الكثير من الرياضيات التي تعلموها في المدرسة. إذ كانت تقدم في زمانهم على أنها مجموعة من الحقائق والمهارات ينبغي حفظها. لذلك اعتبرت الإجابات الصحيحة التي يقدمها التلميذ بسرعة، بعد دراسة موضوع ما، دليلا على الفهم. لكن قدرة التلميذ على تقديم إجابات صحيحة وبسرعة لا تعطي دائماً مؤشراً دقيقاً عن المستوى العالي من الفهم. فالفهم هو ليس شيئاً يمتلكه الفرد أو لا يمتلكه، لأن الفهم يتغير بدرجة كبيرة، وأن فهم الفرد لأي فكرة يتبدل بصورة مستمرة، وفهم الأفكار في الرياضيات ينبغي أن ينمو ويتعمق عبر المراحل المدرسية. وعندما يتعامل التلاميذ مع الأفكار وحلول المسائل فإنهم سيكوّنون فهماً أكثر تعقيداً. وفي الحقيقة أن التعلم دون فهم، قد أثار مشكلة متواصلة منذ الأعوام الأولى لسنة ١٩٣٠ م على الأقل. كما كان موضوعاً لمناقشات وأبحاث واسعة لعلماء نفس وتربويين طوال أعوام عديدة[1]. غير أن ثمة اتفاقاً عاماَ، بصفة خاصة بين التربويين المختصين بالرياضيات بما فيهم معلمي الرياضيات، أن أحد الأهداف الرئيسية لتعليم الرياضيات هو الارتقاء بفهم هذا الموضوع. ومن هذا المنطلق ينبغي عل المعلمين مساعدة كل تلميذ لتنمية الفهم التصوري والإجرائي

(*) نشر هذا المقال في مجلة "بناة الأجيال"، دمشق، في العدد ٥٦، صيف ٢٠٠٥.

(Conceptual and Procedural Understanding) في كل جوانب الرياضيات. غير أنه لسوء الحظ، لم يكن هناك إجماع بنفس الدرجة حول ما المقصود "بفهم الرياضيات"، لذلك لم يكن هناك تعريف مشترك للفهم. وعليه فإن إدراك الفهم في الرياضيات يتباين تبايناً كبيراً، قد يمتد من الاسترجاع البسيط للحقائق الرياضية، إلى تقييم إبداع أو اكتشاف عمل في الرياضيات، كالتوصل إلى برهان نظرية جديدة.

تعريفات الفهم

الفهم، صعب تعريفه، صعب قياسه، ولذلك فقد تباينت النظرة إلى عملية الفهم وإلى إعطائه تعريفاً محدداً، كما استعمل في سياقات مختلفة. ففي مناقشتها العميقة عن التعلم والفهم في الرياضيات، أشارت كيران[2] (Kieran) إلى أن النظرة إلى الفهم قد تغيرت طوال السنين، على سبيل المثال، في السبعينيات (من القرن الماضي) كان الفهم متضمناً في التعلم وكان يساوي أو يعادل مع كل من "التعرف والتطبيق والتحليل" وخلصت إلى أن الفهم هو ظاهرة متطورة، . . . غير أن مستوى معين من الفهم يكمن في كل تعلم للرياضيات.

وقد رأى وليم[3] (Willams) أن الفهم يعني شيئاً مثل: تفسير أو تنظيم خبرة معينة اعتماداً على المبادئ الأساسية، ووفقاً لذلك فإن هذه الطريقة من التمثل العقلي للخبرة، هي نقيض للتعلم الأصم والتعلم بالحفظ عن ظهر قلب، والتعلم بالتدريب، إلخ. كما عرف الفهم عالم النفس والمتخصص بالرياضيات سكمب[4] (Skemp) بقوله: إن فهم شيء ما يعني تمثله (Assimilate) في مخطط(Schema) ملائم، هذا يوضح الطبيعة الذاتية للفهم. ونشير هنا أن معنى المخطط عند سكمب يختلف عنه عند بياجيه، فبالنسبة إلى سكمب، أن

البنى التصورية أو المخططات لها وجود عند الفرد، مستقلة عن الفعل... بينما يرى بياجيه أنها مرتبطة ارتباطاً شديداً بسلسلة من الأفعال. في نظرية سكمب أن المخطط هو عامل نشط لاكتساب وتكامل المعرفة[5]. ووفقاً للمجلس القومي لمدرسي الرياضيات في الولايات المتحدة[6] (NCTM) فإن التلاميذ يفهمون الفكرة في الرياضيات، حينما يكون باستطاعتهم النظر إليها من مداخل متعددة، وربطها بمفاهيم وخبرات أخرى، واستعمالها كحجر زاوية للتفكير في أفكار أكثر تعقيداً. كما أن تقرير هذا المجلس يتفق مع رأي كيران (Kieran) بأن الفهم هو عملية نامية. وجاء في معجم علم النفس لفاخر عاقل[7]، أن الفهم هو إدراك معنى الظاهرات أو الكلمات أو الجمل و هو مصطلح عام يستعمل دون تدقيق. وإذا رجعنا إلى قواميس اللغة العربية، نجد مثلاً أن ابن منظور في لسان العرب[8] يقول أن الفهم هو: معرفتك الشيء بالقلب. وورد في المنجد في اللغة والإعلام[9] أن الفهم هو: تصور الشيء وإدراكه. وفي تاج العروس[10]: فهم الأمر (علمه وعرفه بالقلب). فيه إشارة إلى الفرق بين الفهم والعلم إذ أن العلم مطلق الإدراك وأما الفهم فهو سرعة انتقال النفس من الأمور الخارجية إلى غيرها. وقيل الفهم تصور المعنى من اللفظ... وبنفس المعنى جاء ذكر الفهم في قول الشاعر الجاهلي المتلمس الضبعي[11]:

فـافهم فعرقـوب لـــه مثـل   الغـدر والآفــات شــــيمته

بالإضافة إلى هذه التعريفات المتعددة للفهم، هناك من يقوم بتقسيمه إلى أنواع[12] فمثلا يفرق كانكلوزي (Cangelosi) بين الفهم الحرفي والفهم التفسيري. ويرى أن التلاميذ يبدون فهماً حرفياً إذا "كانوا قادرين على ترجمة المعنى الضمني " لعبارة معينة. ويبدون فهماً تفسيرياً إذا " كانوا قادرين على استدلال المعنى الضمني للعبارة ويستطيعون تقديم تمثيلات

لتوضيح ما تتضمنه هذه العبارة". كما أن سكمب (Skemp) ناقش نوعين من الفهم: الفهم العلاقاتي(Relational) والفهم الأداتي (Instrumental) والفروقات بينهما. فقد أوضح أن الفهم العلاقاتي "معرفة ماذا تفعل ولماذا"، والفهم الأداتي على أنه "القواعد دون تفكير" (أي تطبيق القواعد أو القوانين دون وعي).

ولابد من الإشارة هنا، إلى أنه عندما قام بلوم (Bloom) ومساعدوه[13] بتصنيف الأهداف المعرفية، ووضعوها في ترتيب هرمي يحتوي على ستة فصول رئيسية، من الأبسط إلى الأكثر تعقيداً وهي: المعرفة، والتفهم (الاستيعاب)، والتطبيق، والتحليل، والتركيب، والتقييم. فإن بند المعرفة هو فقط الذي لا يتضمن بالضرورة على أي درجة من فهم الرياضيات، إلا أن الخمسة مستويات الأعلى من الأهداف التربوية تتطلب درجات مختلفة من الفهم. ومما يذكر أن المعرفة (حسب ما يرى بلوم) تؤكد على العمليات العقلية لتذكر واسترجاع المعلومات بنفس الطريقة التي قدمت بها تقريباً. في ضوء ما تقدم، تتضح مدى الصعوبة في وضع تعريف محدد للفهم، أضف إلى ذلك أن كل تعريف، بحاجة لتعريفات أخرى للمصطلحات الواردة فيه، التي بدورها تتشابك وتتداخل فيما بينها. ومن هذه المصطلحات: الإدراك، الاستيعاب، التفهم، التمثل، المخطط، التفسير، إلخ. كما أن ثمة إشكالية أخرى وهي الاختلاف في إيجاد ترجمة محددة لبعض المصطلحات التي تخص هذا الموضوع إلى العربية، مثل: Comprehension (التي تترجم أحياناً بالفهم أيضاً)، Apperception، Perception.

ومع كل ذلك، يمكن القول، إن الفهم في الرياضيات يعني تشكيلة واسعة من الآليات العقلية، تستدعي التأمل الفكري وإدراك العلاقات والتعليل بشكل منطقي، والاستقراء، والاستنتاج، والتفسير، والغوص بعمق أكبر في المعنى الذي

يتضمنه موضوع معين. كما يشمل الفهم القدرة على التحويل من صيغة إلى أخرى، ومتابعة أسلوب التفكير في بر هان في الرياضيات، وفي توضيح طريقة حل مسألة أو موقف معين، أي البحث والتحري عن ا لروابط بين المفاهيم و عن كيفية تسلسل الخطوات. والقدرة على معرفة المعطيات والطلب في نص رياضي، وإيجاد الروابط القائمة فيه، ومع غيره، وتحليله إلى عناصره الأولية، أي ا ستجلاء الطبيعة الداخلية فيه واختراق الفكر حواجز المعرفة والتطلع إلى غير المعروف، أي قوة في الاستبصار والقدرة على رؤية العلاقات ما بين عناصر المعطيات.

مؤشرات على الفهم

لا نعتقد أن ثمة صعوبة كبيرة في التعرف على وجود الفهم لدى المتعلمين، سواء كان ذلك عن طريق الحوارات الشخصية، أو النشاطات الكتابية، وذلك من خلال ملاحظة الإجابات الخاطئة والصحيحة. فمن الإجابات الخاطئة يمكن التعرف على أن بعض الأغلاط "معقول " ومتوقع الحدوث. وبعض آخر بليد وممجوج.

والفرق بينهما هو أن النوع الأول ينم عن فهم الطالب للسؤال وينطوي على الاتجاه السليم نحو حله ولكن الطالب يخفق في التوصل إلى النتيجة المرجوة لخطأ عارض يرتكبه أثناء ذلك. في حين أن الإجابة البليدة تسير باتجاه معاكس. وما يصدق على الإجابات الخاطئة يصدق أيضاً على الإجابات الصحيحة: فبعض الحلول ميكانيكي ورتيب ومألوف. والبعض الآخر ينطوي على الابتكار، وهو الذي ينبغي تشجيعه[14]. على سبيل المثال، التلميذ الذي يقوم بحساب المقدار ٣×(٥/٤ × ٣/٢) مباشرة، يعني أنه لم يفهم أو لم يستفيد من خاصتي التبديل والتجميع، حيث يمكن كتابة المقدار كالآتي: (٣×٣/٢) ×٥/٤ عندها تكون الحسابات

أسهل. ومع ذلك قد يحدث أن تختلط الأمور في التمييز بين الفهم والحفظ الأصم أو الاستظهار. يظهر ذلك خاصة في إثباتات وبراهين النظريات واستنتاج القوانين الرياضية (كالهندسية والجبرية وغيرها). فبعض المتعلمين يحفظون البرهان عن ظهر قلب دون فهم للخطوات المنطقية. ومن الطريف أننا نكتشف المتعلم الذي يحفظ وذلك عندما ينسى إحدى خطوات البرهان فيقفز إلى الخطوة التي يليها، ناسياً أن هذه الخطوات هي سلسلة من الخطوات المنطقية. أضف إلى ذلك ثمة إشكالية أخرى في التمييز بين الاستظهار والتذكر وعلى الرغم أن مبادئهما واحدة، غير أنه من المفروض أن يتم تذكر القوانين والتعريفات والعمليات وأساليب الحل والمحاكمة المنطقية بوعي ومعرفة كما نلاحظ أن العديد من التلاميذ، حتى عندما يفهمون أفكاراً أو علاقات رياضية فأنهم يعجزون عن تطبيقها في مواقف مختلفة إلى حد ما[15]. ولذلك فإن مثل هؤلاء التلاميذ يتذكرون وربما يفهمون، على سبيل المثال، نظرية هندسية، لكنهم لا يستطيعون أن يستخدموها عند الحاجة لها في مواقف أخرى. سوف نوضح هنا بالأمثلة بعض المؤشرات على الفهم في الرياضيات[16]. إذ أن فهم الرياضيات يعني أن المتعلم قادر على:

١- التعرف على العلاقات ما بين المفاهيم وضمن مفهوم معين، على سبيل المثال العلاقة بين الجمع والطرح، أو بين الجداول اللوغاريتمية والأسية، بحيث إذا أعطي المتعلم على سبيل المثال: س ـ ع = ص فإنه يجب أن يكون قادراً على الاستنتاج أن: س = ص+ع، والعكس بالعكس

و بالمثل على المتعلم أن يتعرف على أن:

$لو_ب ع = س$ ⟺ $ع = ب^س$ (إن " لو " هو اختصار إلى اللوغاريتيم)

وإن لو (س ص) ⟺ لو س+ لو ص

٢- تمثيل المفهوم بطرق مختلفة، وتحديد الروابط بين هذه التمثيلات، والتحول والنقل من تمثيل إلى آخر بسهولة. على سبيل المثال، يجب أن يكون المتعلم قادراً على تحويل:

٢س ــ ٣ص = ٧ إلى ص= ٣/٢ س ـــ ٣/٧

كما على المتعلم أن يكون قادراً على النقل من تمثيل ملموس إلى رمزي أو إلى تمثيل آخر، والعكس بالعكس، كما عليه أن يتعرف على سبيل المثال، أن ميل (Slope) المستقيم يمكن تمثيله باستعمال المثلثات (Trigonometrically) باعتباره ظل زاوية ما، وهندسياً باعتباره نسبة "الارتفاع على الامتداد" (rise over run)، وعلى أنه نسبة التغير، أيها يكون مناسباً.

٣- التعرف على البنية التحتية للرياضيات الكامنة في موقف معين. على سبيل المثال يجب على المتعلم أن يتعرف على أن:

(١/هـ)^{٣} + (م/٧)^{٢} = ٩ هي نفس شكل المقدار:

س^{٣}+ ص^{٢} = ٩

كذلك إذا كان م×ن=١ فإن م هي المعكوس الضربي (النظير) إلى ن، وإن م هي المعكوس الضربي (النظير) إلى ن. وبصورة عامة، يجب على المتعلم أن يتعرف على أن ب * بَ = ي ⟺ ب$^{-١}$ = بَ حيث أن ي هو

العنصر الحيادي بالنسبة للعملية *.

٤- التواصل مع الرياضيات شفوياً وكتابياً، على سبيل المثال، يجب على التلاميذ أن يشرحوا حلهم للمسائل للتلاميذ في الصف الدراسي ولمعلمهم. إن الحديث عن الرياضيات يساعد التلاميذ لتوضيح (Clarify) أفكارهم

وتحسين فهمهم.

٥- تطبيق الرياضيات على أوضاع حقيقية من الواقع وأخرى غيرها، إذ أنه لا يكفي بل لا يعني كثيراً أن يكون المرء قادراً على حفظ نظرية فيثاغورس، ولكنه غير قادر على استعمالها عند الإجابة على سؤال في الهندسة.

٦- أن يكوّن أمثلة ونماذج لا تمثل هذه المفاهيم. على سبيل المثال، ينبغي على المتعلم أن يكون قادراً على التعرف أن المربع هو مستطيل غير أن المستطيل ليس مربعاً، والمستطيل هو متوازي أضلاع، لكن متوازي الأضلاع ليس مستطيلاً، وهكذا..

٧- مراقبة عمليات التفكير لديه والتحكم بها، بحيث يستطيع التعرف على موقع الخطأ في موقف معين في الرياضيات، وأن يكون قادراً على تصحيحه، بإيجاد الخطوات المناسبة له.

٨- التعرف على أن نتيجة ما هي ذات معنى وذات مغزى، على سبيل المثال، يجب على المتعلم أن يدرك أن الإجابة، مثل أن ثمانية وخمس أسداس الحافلات تشكل شيئاً منافياً للعقل. وبعبارة أخرى على المتعلم أن يفسر إجابة المسألة ضمن السياق الذي ترد فيه.

مستويات الفهم

بما أن الفهم هو نشاط فكري ذاتي، لذلك يخضع لعوامل متشابكة أخرى ومعقدة، نذكر منها: طبيعة المادة المتعلمة من حيث تعاملها مع الأمور المجردة، وعلى طريقة المعلم في عرضه للموضوع، وتكوين البنية المعرفية للمتعلم، أي الطريقة التي ينظم بها معلوماته. كما أن نشاط التلاميذ عند قيامهم بدراسة موقف تعليمي في الرياضيات يستند إلى نشاطهم العقلي التحليلي التركيبي الذي يختلف عمقه،

باختلاف كمية العناصر الجديدة في هذا الموقف الذي يواجهونه وبمقدار العناصر المألوفة التي سبق أن واجهوها في خبراتهم السابقة. ولذلك فإن فهم التلميذ لفكرة أو موقف معين يعتمد على كمية الأفكار الأخرى المتعلقة بها، وعلى طبيعة وقوة العلاقات بين الأفكار في هذا الموقف، وعلى مجمل الروابط المنطقية للمعرفة لدى هذا التلميذ[17]. ولأن التلاميذ يقيمون دائماً علاقات جديدة ما بين أفكارهم ويعيدون تنظيم هذه الأفكار عند إقامة علاقات جديدة أيضاً. فإن فهمهم يكون حركياً ومتغيراً ونامياً. ولابد أن نشير هنا أنه ليس كل العلاقات والروابط بين الأفكار الرياضية فعالة ومفيدة على حد سواء على سبيل المثال العلاقات السببية (Causal) هي بصورة عامة مفيدة وفعالة. لذلك فإن وجود متعلمين في مرحلة دراسية واحدة، يفهمون نفس المواضيع بنحو مختلف ومتفاوت، هو أمر لا مفر منه. زد على ذلك أن الفهم يختلف مستواه بالنسبة للمتعلم نفسه، كما يقول فرودنتال في كتابه "الرياضيات المدرسية"[18]: هناك أنواع كثيرة من فهم الرياضيات. إنك ربما تظن، في كل لحظة، إنك قد بلغت الفهم النهائي لموضوع ما، بحيث لم يبق أمامك شيء تسعى إليه بهذا الشأن. لكن لا، فليس هناك فهم نهائي في الرياضيات، إذ يمكنك فهم أية مسألة في سياق أوسع، ومن وجهة نظر أعلى مما عهدته من قبل، وأخيراً _ تبدو لك المسألة أنها أدنى من جميع المسائل الأخرى، ولكن ربما هي الأعلى - يمكنك أن تتعلم كيف تفهمها في منظور الطفل الذي يتعلم " وتتضح مستويات الفهم هذه في تعلم المعرفة في الرياضيات. على سبيل المثال نجد أن بعض المتعلمين "يعرف " مبرهنة فيثاغورس (كنص)، وبعض آخر "يعرف" كيف يستخدمها لحل أنماط خاصة من المسائل، وبعض ثالث"يعرف " كيف يثبتها،... وبعض رابع"يعرف" كيف يمكن تعميمها، وبعض خامس"يعرف" ما علاقة

النتيجة بموضوعات المعرفة الأخرى،.. وبعض سادس"يعرف" أن هناك مبرهنة تنسب إلى فيثاغورس، تقول شيئاً عن المثلثات ومساحاتها، و"يعرف" أين يتجه للحصول على تفصيلات أخرى.

توصيات

يمكن للمعلم أن يشدد على بعض الأمور التي قد تساعد التلاميذ في فهم الرياضيات [19]. نذكر منها:

١- استخدام أمثلة متعددة في التعليم، بما فيها نماذج ومعالجات ملموسة. حيث ينبغي تزويد المتعلم بخبرات للتعرف على المفاهيم في مواقف و سياقات مختلفة ومن وجهات نظر مختلفة. على سبيل المثال، ينبغي تمثيل المثلث في مساحات واتجاهات مختلفة.

٢- توضيح العلاقات، على سبيل المثال القوانين، في كلا الاتجاهين، حيث على المتعلم أن يصبح مدركاً لمعكوسية العلاقات، على سبيل المثال، إذا أعطي لو س + لو ص فيجب على المتعلم أن يكون قادراً على بيان أن ذلك يساوي إلى لو (س ص).

٣- منح التلاميذ فرصاً كي يكتبوا ويتحدثوا عن الرياضيات. بعض النشاطات يمكن أن تكون كتابة تقارير (يمكن أن يكتبوا ما تعلموه أثناء الدرس)، ومقابلات، وإرشاد ما بين التلاميذ أنفسهم.

٤- منح التلاميذ فرصاً كي يقوموا بحل تشكيلة واسعة من المسائل حلاً مستقلاً، وبشكل مجموعات إذ يمكنهم تطبيق معارفهم ومهاراتهم ومفاهيمهم على أوضاع مألوفة وغير مألوفة.

٥- التركيز على الفهم العلاقاتي بدلاً من الفهم الأداتي.

٦- تزويد التلاميذ خبرات حول التقييم الذاتي لمساعدتهم في تكوين قدرات التصحيح الذاتي والمراقبة الذاتية لديهم.

المصـادر :

(1) National Council of Teacher of Mathematics (2002), ‘‘Principles and Standards, ’’Reston, VA, NCTM. P. 20.

(2) Kieran , C. (1994) , '' Doing and seeing things differently ‘‘, Journal for Research in Mathematics Education , 25 , December , Reston , NCTM ,P. 583-687.

(3) Williams , J. D. (1971) , '' Teaching Technique in primary Maths '' , NFER , London. P. 71.

(4) Skemp , R. R. (1977) , '' The Psychology of Learning Mathematics'' , Penguin , Middlessex , P. 46.

(5) Kadijevic , D. (1993) , '' Learning , Problem Solving and Mathematics Education '', University of Copenhagen , Report 93/3 P. 75.

(6) NCTM (1998) , '' Principles and Standards ,

Reston , VA, p. 125.

(٧) فاخر عاقل، (١٩٨٥) " معجم علم النفس "، ط٤، دار العلم للملايين، بيروت، ص ١١٨.

(٨) ابن منظور (١٩٩٧)، "لسان العرب "، ط٦، دار صادر، بيروت، ص ٤٥٩.

(٩) المنجد في اللغة والإعلام (١٩٩٧)، ط ٣٦، دار المشرق، بيروت، ص ٥٩٨.

(١٠) محمد مرتضى الزبيدي، تاج العروس، المجلد ٩، منشورات دار مكتبة الحياة، بيروت، ص ١٦

(١١) ديوان شعر المتلمس الضبعي (١٩٧٧)، تحقيق حسن كامل الصيرفي، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، القاهرة، ص ٤٦.

(12) Hoosain , E. (2001) '' What does it mean to understand Mathematics ? '' Humanistic Mathematics Network Journal , Claremont , CA ,P. 20

(١٣) ف. هـ. بل (١٩٨٦) " طرق تدريس الرياضيات "، ج ١، ترجمة محمد أمين المفتي وممدوح محمد سليمان، الدار العربية، نيقوسيا، ص ٤٢.

(١٤) نوري جعفر، (١٩٧٨) " التقدم العلمي والتكنولوجي "، منشورات وزارة الثقافة والفنون، بغداد، ص ٣٨.

(١٥) ف. هـ. بل، مصدر سابق، ج ٢، ص ٢١٣.

(16) Hoosain , E. , ibid , P. 21.

(١٧) نوري جعفر، (١٩٧٧) " الفكر طبيعته وتطوره "، ط٢، مكتبة التحرير، بغداد، ص ١٨٩.

(١٨) هوسون، جيفري و براين ويلسون (١٩٩٢)، " الرياضيات المدرسية "، ترجمة خضر الأحمد وموفق دعبول، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، الكويت، ص١٠٠.

(19) Hoosain , E. , ibid , P. 21.

الفهم في الرياضيات: أهميته وكيفية تنميته(*)

ليس ثمة شك، أن تعميق الفهم (understanding) وتعزيزه وتنميته هو أحد الأهداف الرئيسية لتعليم الرياضيات وتعلمها. يتجسد ذلك من خلال العلاقة المباشرة والشديدة بين فهم المتعلم وإنجازه الدراسي. والحقيقة أن الطريق إلى الإنجاز العالي للمتعلم يعتمد على عوامل عدة، منها فهم هذا المتعلم للأفكار الأساسية في الرياضيات التي ينبغي أن يدرّسها معلمين أكفاء وذوي خبرة عالية يؤكد ذلك ما جاء في تقرير المجلس القومي لمدرسي الرياضيات في الولايات المتحدة[1]: أن الأبحاث الأخيرة في علم النفس والتربية عن تعلم الرياضيات تؤكد على أهمية ودور الفهم التصوري في تكوين المعرفة. ويبين التقرير أيضاً أن أحد أكثر الاستنتاجات الفعالة لهذه الأبحاث هي أن الفهم هو أحد المكونات الهامة للإنجاز والكفاءة، مع كل من المعرفة الصحيحة والوسائل الإجرائية. حيث أن دمج هذه العناصر الثلاثة، يجعلها ممكنة التطبيق بطرق ذات فعالية كبيرة. ومن هذا المنطلق سيكون التعلم أفضل عندما تنظم المادة وتفسر اعتماداً على قواعد وتوضيحات عامة، بدلاً من أن تقوم على حفظ وإجراءات منفصلة آلية سطحية.

أهمية تعلم الرياضيات

لا أحد يختلف عن ضرورة تعلم الرياضيات بفهم، وعن أهمية هذا الفهم. ولذلك ثمة الكثير من الفوائد يمكن أن

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((المعلم العربي)) بدمشق، في العدد ١، ٢٠٠٤

نجنيها من هذا التعلم. لكن بمقابل ذلك فالمتعلم الذي يحفظ الحقائق أو الإجراءات دون فهم، غالباً ما تواجهه مواقف تعليمية يكون فيها غير متأكد عن متى يستعمل ما يعرفه وكيف يستعمله، ناهيك عن أن هذا التعلم يكون في أكثر الأحيان سريع الزوال. فالمتعلم بفهم، إذن من الممكن أن يجعل التعلم اللاحق أسهل، كما سيكون للرياضيات معنى أكثر، وسهولة أكثر للتذكر والتطبيق عندما يربط المتعلمون المعرفة الجديدة مع المعرفة القائمة بطرق ذات معنى. فالأفكار المترابطة جيداً، ذات الأساس التصوري تكون أكثر استعداداً ومدخلاً سهلاً في أوضاع جديدة[٢] أي أن عند فهم المبادئ الأساسية للرياضيات القائمة على نحو منطقي. حيث معلومات معينة يمكن الحصول عليها من معلومات أخرى، بدلاً من حفظها. فالأدمغة بهذه الحالة لا يمكن أن تخزن المعلومات فقط دون تفسيرها بطريقة ما. بالإضافة إلى ذلك فالتعلم الذي سيشتمل على الفهم يكون أكثر دواماً.

إذن يمكن القول أن المعلومات والمعرفة التي يتم تعلمها بفهم ستبقى رصيداً للمتعلم سيستثمرها في فهم أوضاع جديدة [٢]. أي أنه عند فهم المبادئ الأساسية للرياضيات القائمة على نحو منطقي. حيث معلومات معينة يمكن الحصول عليها من معلومات أخرى، بدلا من حفظها فالأدمغة بهذه الحالة لا يمكن أن تخزن المعلومات فقط دون تفسيرها بطريقة ما. بالإضافة إلى ذلك فالتعلم الذي سيشمل على الفهم يكون أكثر دواماً. إذن يمكن القول أن المعلومات والمعرفة التي يتم تعلمها بفهم ستبقى رصيداً للمتعلم سيستثمرها في فهم أوضاع مشابهة وجديدة. على سبيل المثال، يمكن للمتعلم أن يوظف معرفته وفهمه لطريقة إيجاد مساحة المستطيل من أجل إيجاد قاعدة لمساحة متوازي الأضلاع. لذلك فإن التعلم بفهم يجعل من المتعلم ممارساً فعالاً في الرياضيات ويمتلك قدرة على استخدام المعرفة

بمرونة، أي تطبيق ما يتعلمه الفرد في موقف معين على موقف آخر بصورة ملائمة. ومن جانب آخر فإن التعلم بفهم يدعم الأهداف الرئيسية لمناهج الرياضيات ويعززها، كإعداد متعلمين يعتمدون على أنفسهم اعتماداً متزايداً في حل وفهم المسائل والمواقف المختلفة، والقدرة في التعرف على أهدافهم ومراقبة مستوى تقدمهم، والثقة بقدراتهم عند التصدي لمواجهة المسائل والمواقف الصعبة، والمتعة في الإنجاز الذي يؤدي بدوره إلى الرغبة والمواصلة والتوسع والانخراط بمهام مختلفة في الرياضيات.

كيف يمكن تنمية الفهم

من المعروف أن تنمية الفهم لدى المتعلم وتعميقه وتعزيزه، يعتمد على جملة من العوامل المختلفة، غير أن الفهم ينبغي أن يأتي في النهاية من المتعلم نفسه، وعلى قدرته في تكوين شبكة من الروابط والعلاقات بين الأفكار أو إعادة تنظيم ما يمتلكه منها. ولذلك فقد أشارت الأبحاث [٣] أن الفهم ينمو نتيجة خمسة من النشاطات العقلية وهي (١) تكوين علاقات ما بين الأفكار. (٢)التوسع وتطبيق ما يعرفه المتعلم في مواقف جديدة. (٣) التأمل (reflecting) في خبرات المتعلم ذاته وفي خبرات الآخرين. (٤) التواصل (communicating) مع ما يعرفه المتعلم. (٥) محاولة اكتساب المعرفة بنشاط. سنبين هذه النشاطات بشيء من التفصيل (مع أننا أشرنا لبعضها سابقاً) فالتلاميذ ينشئوا علاقات جديدة، عند محاولتهم ربط الفكرة في الرياضيات مع الأفكار الأخرى التي يفهمونها، أي عند محاولتهم التوفيق ما بين المعرفة الجديدة و مع ما لديهم من شبكة معقدة من الأفكار المتداخلة، أو إضافة هذه المعرفة الجديدة إليها. كما أن التلاميذ باستطاعتهم توسيع أفكارهم وذلك عند تطبيقها في مواقف جديدة. غير أن الكثير من الأفراد عادة ما

يعتقـدون، أن علـى هـؤلاء التلاميـذ أن يتقنـوا الحسـابات، وإجراءات حـل المسـألة، وحقـائق الأعـداد الأساسـية، قبـل تطبيقها. غير أن آخر الأبحاث في هذا المضمار تشير إلى أن أفضل طريقة، يتعلم بها هؤلاء التلاميذ لهذه المهارات هي تنميتها عند محاولتهم حل المسائل والتمارين، أي تطبيق ما يعرفـوه فـي مواقـف جديـدة. وعنـدما يفعلـون ذلـك، سـيفهم هـؤلاء التلاميـذ بصـورة أفضـل متـى وكيـف يطبقـون هـذه المهـارات. أمـا التأمـل فيتضـمن الفحـص الـواعي للنشـاط أو الفكـــر، أي أن التلاميـــذ ســـيفهمون الفكـــرة الرياضـــية، باحتمـالات كبيـرة، عنـد محـاولتهم الواعيـة لفحـص شـعابها والتفكير في أين ومتى يمكن أو لا يمكن تطبيقها. وعندما يفكر التلاميذ بهذه الطريقة فإنهم غالباً ما يواجهون مواضع مشكوك بها أي أنهم غير متأكدين منها، عندها يحاولون حـل عدم التأكيد هذا بإنـهاء الاختلافات وربط الأفكار الجديدة إلى تلك التي يفهموها ونتيجة لذلك، يشكل التلاميذ روابط مع الأفكـار الجديـدة والقائمـة، بتغييـر أو تعزيـز مفـاهيمهم عـن الروابط القديمة، وفي هذه الحالة سينشأ الفهم لديهم. أما تواصـل التلاميـذ مـع مـا يعرفونـه فيحـدث عنـد محـاولتهم توضيح فكرة ما إلى أي فرد آخر، لفظياً أو يدوياً أو كتابياً أو من خلال الصور والرسوم والنماذج. ولتوضيح كيفية حلهم للمسـألة، ينبغـي علـى التلاميـذ أن يتعرفـوا علـى السـمات والخصائص الهامة للمسألة، كما ينبغي أيضاً التأمل بكيفية القيام بحلها ومن هذا المنطلق فعندما يتواصل التلميذ مع ما يعرفـه، تصـبح بـدورها الرسـالة الشـفوية أو المكتوبـة أو الإشــارية هـدف لتأمــل آخــر. ولتنميــة فهـم الأفكــار فــي الرياضيات، ينبغي على التلاميذ أن يحاولوا اكتساب المعرفة بنشـاط. ولكـي يفهـم هـؤلاء التلاميـذ موضـوعاً مـا، علـيهم استثمار قدراتهم في هذا الجهد. غير أن ذلك لا يعني أنه لا يمكنهم التعلم بالاستماع إلى ما يقوله المعلمين أو تلاميذ

آخرين. وفي الواقع أن ذلك لا يعني أنه من أجل فهم التوضيحات، ينبغي على التلاميذ أن يستوعبوا أو يتمثلوا ويتكيفوا مع ما يسمعونه لغاياتهم الذاتية ولربط الأفكار الجديدة بفعالية كبيرة مع المعرفة التي يمتلكونها بالفعل. ولا بد أن نشير أنه استناداً إلى وجهات نظر علم النفس، أنه عندما يتواصل الأفراد بقصد مع الأشياء المادية ومع أفراد آخرين، فإن عقولهم تكوّن، من خلال آليات عقلية معينة، مجموعات من البنى المعرفية، تمكنهم من فهم هذه التفاعلات. ومن الأمور الهامة التي قد تحدث أثناء إقامة العلاقة بين المعرفة السابقة واللاحقة، هي أنه في بعض الأحيان تقف المعرفة الحالية حجر عثرة في طريق فهم المعلومات الجديدة حيث أن الكثير من التلاميذ يقعون في أخطاء، مثلاً عند استعمال الكسور، بسبب استعمالهم قوانين تطبق على الأعداد الطبيعية فقط. ولكي يفهم التلاميذ ما يتعلمونه، على المعلم أن يقوم مثلاً، إعطاء فرصة لهم للتفكير بما يفعلونه وأن يتحدثوا عنه مع تلاميذ آخرين ومع المعلم نفسه أيضاً، ولتوضيحه وكيفية تطبيقه في مواقف أخرى. كذلك ينبغي للمعلم أن يوجه أسئلة للتلاميذ كي يوضحوا موقفاً أو مفهوماً معيناً بتعبيراتهم الخاصة، وأن يبين للتلاميذ كيفية إعطاء أمثلة توضح تطبيق قاعدة معينة أو كيف يعمل قانون معين، وأن يزيد من صعوبة المسائل عندما يكتسب التلاميذ خبرات أكبر، وأن يمكنهم من رؤية التشابهات والاختلافات مابين الأفكار والمقارنة والمقابلة بينهما. وعليه أيضاً استخدام حالات خاصة والكثير من الأمثلة لفهم الفكرة الرياضية. وفوق كل ذلك على التلاميذ الانخراط الهادف بحل المسائل المميزة والمختلفة. ولابد من تعويد التلميذ أيضاً على قراءة موقف معين من الرياضيات بدقة وإمعان والنظر إليه بارتباطاته الداخلية، وأن يعتاد التلميذ على تحليل هذا الموقف إلى عناصره الأولية تحليلاً

منطقياً. وأخيراً لابد أن تكون المهمة التعليمية في الرياضيات ـ المطلوب من التلميذ أن يفهمها ـ ذات معنى، وأن يلاحظ قيمتها وضرورتها المنطقية.

العلاقة بين الفهم والمهارات

لم تكن العلاقة بين الفهم والمهارات (التي قد تكون إجراءات آلية، حلولاً ميكانيكية، حفظ أصم، الخ) تسير سيراً متوازناً دائماً، بل غالباً ما يطغى أحدهما على الآخر. ففي الماضي درجت العادة على أن يكون تعليم الرياضيات مركزاً على إكساب التعلم المهارات والأساليب الآلية التي يقوم بها التلميذ دون تفكير، بغية الحصول على نتائج بسرعة وبدقة. ولابد أن نشير هنا إلى أن النظرة الشكلية (formalism) - وهي إحدى الاتجاهات الثلاثة التي تأثرت بها فلسفة الرياضيات في بدايات القرن العشرين (الاتجاهان الآخران هما المنطقية والحدسية) - ترى أن الرياضيات هي مجرد حسابات فقط وليس لها أي معنى على الإطلاق، لكنك تصل إلى الجواب الصحيح بإتباع قواعد معينة. هذا ما يقوله ريبين هيرش[٤]، الذي يعتقد أن الشكلية غير تربوية وتتعارض مع الفهم. وترتبط الشكلية بالاستظهار، وهي الطريقة التقليدية التي ما زالت شائعة في العديد من أنحاء العالم. لكنه يشير أن ذلك لا يعني أن علماء الرياضيات الذين يؤمنون بالشكلية يؤيدون التعليم بالاستظهار، لكن النظرة الشكلية تنسجم بشكل طبيعي مع طريقة التعليم الاستظهاري. ونتيجة للتطورات والاكتشافات التي حدثت في مادة الرياضيات، كذلك التطورات التي حدثت في علم النفس، والمناداة الدائمة لرفع التحصيل والكفاءة لدى التلاميذ في الرياضيات ظهرت ما يطلق عليها " الرياضيات الحديثة ". ويحمل هذا الاسم شعاراً لحركة في التربية حاول أتباعها منذ أوائل الستينيات تعديل مناهج الرياضيات بما فيها طرق تدريسها على أساس إعطاء أهمية أكبر للتأكيد على فهم

أفضل للمفاهيم والبنى الرياضية واهتماماً أقل للحسابات أو تذكر النظريات والقوانين(٥). وقد اعتقد أصحاب هذه الحركة أن التلاميذ يمكنهم التعلم أكثر إذا قدمت لهم الرياضيات بصورة مجردة وواضحة ومنطقية. والنقد الأساسي الذي وجه إلى الرياضيات التقليدية، يكمن في أن المتعلم كان يقوم بحل تمارين كثيرة وحفظ القوانين وكتابة براهين النظريات بصورة أوتوماتيكية (٦). ومن بين الذين وجهوا نقداً للاستظهار أو الحفظ الأصم، هو عالم النفس بياجيه، الذي يقول: ليست غاية التربية الفكرية أن يستطيع الطفل ترديد الحقائق الجاهزة أو استذكارها، إذ أن الحقيقة التي يرددها المرء دون فهم ليست إلا ظلا للحقيقة (٧). وفي مرحلة السبعينيات من القرن الماضي، بدأت تظهر سلبيات " الرياضيات المعاصرة أو الحديثة "، أي سلبيات التركيز على الفهم على حساب إتقان المهارات الأساسية، وبدأت الانتقادات توجه إلى المرحلة السابقة خاصة بعد ظهور الحاسبات اليدوية، واستعملها التلاميذ لإجراء أبسط العمليات الرياضية. إذن كان ثمة فهماً خاطئً للرياضيات "الحديثة" وهي المغالاة في التعليل والتأكيد المستمر على السببية. وفي هذا النطاق يقول عادل ياسين في كتابه "فضاء المعرفة" (٨): كذلك نود أن ننبه إلى أن أمراً عانينا منه كثيراً وهو الاهتمام بـ "التعليل" أكثر مما يجب وذلك لأن الكثير من المربين لم يتفهم بصورة سليمة فكرة "الاهتمام بالفهم" في عملية التعليم الرياضية إذ ظنوا بأن الطالب "يفهم" بصورة أفضل وذلك إذا ما علل بصورة مستمرة كل خطوة يخطوها، ومثال ذلك: حينما يطلب المدرس من طلابه التعليل في كل خطوة من خطوات حل معادلة من الدرجة الأولى وقد نسي هؤلاء بأن الرياضيات ذات "طبيعة رمزية " وبالتالي فإن حث الطلبة على كتابة التعليل باستمرار سيضجرهم ويولد النفور من المادة مما يفقدنا تحقيق الفهم والمهارة معاً.

إضافة إلى ذلك فقد لوحظ بأن التطور في تدريس الرياضيات - القائم على الفهم - قد أصبح روتينياً وتحت نقد مستمر حيث بدأ دور المعلم وكأنه قائم على عرض القواعد والوصايا لإتباعها ودور المتعلم لا يزيد عن كونه "اسفنجة" لامتصاص ما يقدم له من معلومات. وقد وجدت الدراسات الميدانية بأن التعلم ينسى في اليوم التالي ما أعطى له !!.

وفي حوالي عام ١٩٧٥ أشارت الدراسات والبحوث التي أجريت للطلاب الذين يستخدمون كتب الرياضيات الحديثة أنهم لا يختلفون في مستوى تحصيلهم عن الذين يدرسون الرياضيات التقليدية. ومع ذلك أظهرت برامج الاختبارات على المدى الواسع أن طلاب الرياضيات الحديثة أقل أداءً في المهارات الحسابية مقارنة بمن كانوا يدرسون الرياضيات التقليدية قبل ذلك وقد وجد كذلك أن نسبة كبيرة من الراشدين كانوا غير قادرين على حل مشكلات ومسائل تتضمن كسوراً اعتيادية وعشرية ومع أن هذا التخلف الواضح في المهارات الرياضية لا يمكن إرجاعه مباشرة إلى التغيرات التي حدثت في محتوى وطرق تدريس الرياضيات، إلا أنه نشأ عن موجه من النقد الموجه للرياضيات الحديثة والدعوة من جديد إلى التأكيد على تدريس المهارات الأساسية(٩). وهي الدعوة التي أطلق عليها العودة إلى الأساسيات. وتزامناً مع حركة العودة إلى الأساسيات، جاءت حركة أخرى تدعو إلى أقل كفاءة ممكنة وكان لكلا الحركتين أثر في تشجيع المعلمين لتدريس المهارات الجبرية دون فهم وإنقاص أو تقليل من شأن البرهان في الهندسة. غير أن ثمة تأثيراً إيجابياً حدث وهو أن الكتب المدرسية التي تخص الرياضيات قد أفرغت من الزيادات في الرياضيات الحديثة (١٠).

إذن ثمة خللاً وفجوة بين الفهم والمهارات، وهي إشكالية ما زالت قائمة، ولا يمكن حلها بسهولة وكل المحاولات هي من

أجل خلق نوع من التوازن بينهما أي البحث عن وسيلة لإيجاد توازن في مناهج الرياضيات بين الأسلوب التجريدي والأساليب الأخرى في تقديم وعرض مادة الرياضيات واعتبار الحدس والتعديل والتحليل طرقاً لتعليم الرياضيات. ولابد هنا من الإشارة إلى بعض الأمور التي يمكن أن تفيد في معالجة هذا الموضوع. أولاً، أن الفهم لا يتعارض مع تعلم المهارات (الإجراءات) الأساسية، غير أن على التلاميذ أن يفهموا هذه المهارات التي من المتوقع أن يتعلموها. أي أن التركيز على تعلم الرياضيات بفهم، ينبغي أن لا يؤخذ باعتبار أنه لا مكان في الرياضيات المدرسية لتعلم المهارات والإجراءات الآلية. ثانياً، أن فهم الأفكار والمفاهيم في الرياضيات يمكن أن يثير ويدعم اكتساب المهارات، بالإضافة إلى القدرة على حل المسائل. ولكن في المقابل فإن المهارات يمكن تعلمها دون فهم، الأمر الذي قد يؤدي إلى نسيانها أو تطبيقها بشكل خاطئ. وبالمثل أن فهم فكرة ما دون تكوين مهارات مفيدة لتطبيقها في حل المسائل، يعد أمراً غير كاف أيضاً. ثالثاً، أن المهارات والإجراءات والأساليب في الرياضيات أدوات هامة تتيح للتلاميذ أن يطبقوا الفهم وحل المسائل بكفاءة عالية. كما أنها مفيدة لكل مرحلة من مراحل التعليم، وتتضمن أشياء مثل الخوارزميات الحسابية، والقوانين، وأساليب حل المعادلات، وطرق رسم المنحنيات، وتكوين الجداول. رابعاً، تقع المسؤولية على المعلمين، في كيفية الموازنة ما بين الهدف المزدوج، في تأمين الفهم وتكوين المعرفة الإجرائية. إذ عليهم دائماً مراقبة تقدم مستوى التلاميذ، كما عليهم تقرير المواضيع التي يتم التركيز عليها. فأحياناً يركز المعلمون على المفاهيم ويشجعون التلاميذ على تكوين إجراءاتهم القائمة والمستندة على مستوى فهمهم. وأحياناً أخرى يساعدون التلاميذ على التعرف وعلى تقدير قوة وفعالية بعض الإجراءات

التقليدية الرائعة في كفاءتهم. خامساً، أن التمكن من مهارة معينة يتطلب تدريبات من نفس النوع تتكرر دائماً. كما أن تكوّن مفهوماً ما يتطلب تنوعاً في الخبرات عند تقديم المفهوم بطريقة ما. غير أن ثمة خطورة قد تنجم عن ذلك، وهي أن التدريبات التي تؤدي إلى التمكن من المهارات ستغالي في التركيز والتأكيد عليها عند ذلك تمسي التدريبات المطلوبة لفهم المفاهيم دون فائدة. هذا هو أحد الأسباب التي تظهر عبارات عند التلاميذ مثل " أننا يمكن أن نحل المسألة، لو عرفنا أنها حول المعادلات الآنية " أي أنهم لم يكن لديهم الفهم الكافي لإدراك أن هذه المهارة هي المطلوبة لحل المسألة. سادساً، ليس ثمة شك في أهمية كل من الفهم والمهارات لذلك فليس من المهم، مَن تكون له الأولوية، أو من يأتي في البداية. ولكن بدلاً من ذلك تكون الروابط فيما بينهما هي ذات أهمية كبيرة. على سبيل المثال. قد يقوم المعلمون في البداية بتشجيع تلاميذهم بتكوين أساليبهم الخاصة في حل المسائل بطرق تخلق معنى لهم. ولكن على امتداد فترة من الزمن، سيكونون بحاجة إلى طرح مسائل أو مشكلات تعزز تكوين الأساليب الفعالة بصورة متزايدة. بحيث أن التلاميذ في النهاية يكونون قادرين على فهم المعنى الكامن خلف المعالجات التي يتعلموها. إن غياب مثل هذا الفهم يؤدي بسرعة إلى أخطاء شائعة عند التلاميذ. مثال:

١٠٠×٧,٥٢= ٧,٥٢٠٠ لأن الضرب في ١٠٠ هو فقط إضافة صفرين. أو أن س+ص/س= ص لأنه يمكن اختزال س من البسط والمقام. إذن ترابط الفهم ترابطاً متكاملاً مع الكفاءة الإجرائية لدى التلاميذ يعد أمراً هاماً وضرورياً. سابعاً: التخفيف من عدد المفاهيم والأفكار من مناهج الرياضيات واستبعاد الحقائق الغريبة منه، وكما يقال " القليل كثير " ومما يذكر هنا أن المداخل الأساسية لتعليم الرياضيات يفضل أن تكون مألوفة ومحسوسة وعملية.

إضافة إلى أن المدخل التاريخي غالباً ما يكون مفيداً. ثامناً، لابد من اعتماد أسلوب التوازن أيضاً في عملية التعليل نفسها، أي المرونة بين التشديد والتخفيف بحيث نؤكد على التعليل دائماً ولكن بصورة متفاوتة، قد نعطي مثالاً نطلب فيه التعليل ومثالين نسمح للطالب بالتصرف كما يشاء، ثم نتوقف عند خطوة ما لنطلب التعليل[١١]. وقد أشارت نتائج الأبحاث التربوية في هذا المجال، إلى الميل لصالح الرؤية "العمودية والمتسلسلة من الخطوات لتعلم الرياضيات، على حساب ما نرغب أن نوضحه في البعد " الأفقي "[١٢]، أي التعليل.

العوامل التي تعيق تعلم الرياضيات بفهم

لا يمكن الإحاطة بالعوامل التي تعيق تعلم الرياضيات بفهم لتشعبها وتداخلها والاختلاف على بعض منها، كتأثير الوراثة والبيئة. ولكننا يمكن أن نركز هنا على العوامل التي نرى أنها ذات أهمية وتأتي في سياق هذه الدراسة، كما ذكرها أوزبل (Ausuble) **في بحثه عن التعلم اللفظي ذي المعنى الذي يتضمن كيف أن الأفكار أو المفاهيم أو المهارات ترتبط مع الأفكار الرياضية الأخرى بأسلوب منطقي منسق وواعي. أولاً، قد لا يمتلك المتعلم المستوى العقلي المناسب لحدوث التعلم ذي المعنى لبعض المفاهيم الرياضية. وهؤلاء يظلون في مرحلة بياجيه للعمليات الحسية ولا يمكنهم تعلم المفاهيم والمبادئ الرياضية الشديدة التجريد دون أن يصاحب ذلك أمثلة ملموسة لتلك المبادئ والمفاهيم (وقد أشرنا إلى ذلك سابقاً). ثانياً، فقد كثير منهم (التلاميذ) وإلى الأبد الأمل في فهم الرياضيات لأنهم قد وجدوا مدرسيهم يطلبون منهم ترديد التعريفات حرفياً وإتباع الخطوات بعينها في حل الواجبات المنزلية وتطبيق القوانين دون إعطائهم فرصة لتوجيه أية أسئلة**

وإذا ما حاول هؤلاء الطلاب ربط المفاهيم الرياضية الجديدة بالبنية العقلية الفريدة لكل منهم فقد لا يرضي هذا مدرسيهم ولهذا فهم سيستظهرون المادة تماماً مثلما قدمت لهم. ثالثاً، قد يجد بعض الطلاب أصحاب الذاكرة الحافظة أن حفظ واستظهار المعلومات والعمليات الجديدة أيسر زمنياً من محاولتهم فهم ما تتضمنه من مفاهيم[13].

وخلاصة القول، أن الفهم يعد أحد الأدوات الأساسية لتعلم الرياضيات. حيث أن الفهم يحول تعليم الرياضيات من شغل الفكر بمهارات مطبوعة في الذهن، إلى تنمية قوة رياضية ذات قاعدة عريضة. وتتطلب هذه القوة من التلاميذ أن يكون باستطاعتهم إدراك العلاقات والتعليل بشكل منطقي واستعمال تشكيلة واسعة من الأساليب والطرق في الرياضيات، لحل تمارين ومسائل غير رتيبة متنوعة جداً. وباعتبار الرياضيات موضوعاً حياً يبحث في فهم الأنماط والعلاقات، لابد إذن من مضاعفة الجهود للتركيز على البحث عن حلول وليس فقط حفظ أساليب تستكشف الأنماط ولا فقط تعلم القوانين، وكذلك تشكيل الحدس والتخمينات وليس فقط حل التمارين، فالرياضيات ليست هيكلاً مغلقاً من القوانين ينبغي حفظهما فقط. لهذا فإن الفهم يتطلب التركيز على المعالجات التي تشمل المقارنة والتصنيف والترتيب والتجريد والترميز والتعميم. كما أن الفهم يكتسب عادة نتيجة للمشاركة في النشاطات الرياضية المتغيرة والمتكررة التي تعتمد كثيراً على الوسائل الملموسة والرمزية. وعلى التلميذ أن يعي أن كل مفهوم رياضي له معنى محدد ويلعب دوراً معيناً في فهم مبدأ أو حل مسألة وأن كل كلمة، وكل جملة ينبغي أن تقرأ بعناية. أي التركيز يعتبر ضرورياً لفهم الرياضيات، كما أن الرسوم البيانية والجداول والأشكال والأمثلة يجب أن تدرس بتفكير وبعمق.

المصــادر

(1) National Council of Teachers of Mathematics (2002), Principle and Standard , Reston , VA , NCTM , P 20.

(2) OP. cit. P 20.

(3) Secad , W. ,(1997),Understanding in Mathematics & Science , Principled Practice , V.1,No.1,University of Wisconsin-Madison,P. 8.

(4) Hersh, R. ,(1997) , What kind of Thing is a Nnumber , Humanistic Mathematics Network Journal , No. 15 , July , P. 1.

(٥) عـادل ياسـين، (١٩٨٤)، فضـاء المعرفـة، مؤسسـة الكويت للتقدم العلمي، الكويت، ص٥٩.

(٦) المصدر السابق، ص ٦١.

(٧)جان بياجيه، (بدون تاريخ) ، حق الناس في التربية والتعلم في العالم الحاضر، القاهرة، ص٣٥.

(٨) عادل ياسين، مصدر سابق، ص ٥٢.

(٩) بل، ف، هـ. (١٩٨٦)، طرق تدريس الرياضيات، ج ٢. ترجمة محمد أمين المفتي وممدوح محمد سليمان، الدار العربية، نيقوسيا، ص ٢٤.

(10) Usiskin, K. (2001), Educating the Public about School Mathematics Humanistic

Mathematics Network Journal , No. 15 , July , P. 1.

(١١) عادل ياسين، مصدر سابق، ص ٦٢.

(12) Artigue , M. (1999) , The Teaching and Learning of mathematics at the University Level , Notices of AMS. Vo. 46, No. 11 ,December, P1377-1385.

(١٣) بل، ف. هـ، مصدر سابق، ص ١٠١.

نظرية بياجيه وإمكانية الاستفادة منها في تعليم العمليات الحسابية(*)

انهمك بياجيه (Piaget) بدراسة عملية النمو المعرفي عند الطفل منذ ولادته حتى سن المراهقة دراسة ميدانية ونظرية، وتفسير نشوء الذكاء والقدرات العقلية الخاصة وتطورها، تفسيراً علمياً ويرى بياجيه، أن الفرد، هو باحث، يبحث دائماً عن معرفة جديدة، لذا ينمو الطفل بجهوده الذاتية كلما أمكن ذلك، من خلال المهام والبرامج المعدة إعداداً جيداً، وأيضاً من خلال، أسئلة وتوجيهات البالغين، ويتجه هؤلاء نحو فهم الطريقة التي يفكر بها الطفل ويدفعونه نحو اكتشاف العلاقات غير المعروفة أو غير المألوفة، ولهذا ينبغي للمعلم أن يصبح باحثاً طوال حياته كي يساعد الأطفال في بناء معرفتهم الذاتية ويدركوا قدراتهم أثناء التعلم.

لقد درس بياجيه المعرفة الإنسانية بصورة علمية، وتوصل إلى تمييز أساسي لثلاثة أنواع من المعرفة وهي المعرفة الطبيعية (Physical Knowledge)و المعرفة الاجتماعية (Social Knowledge) والمعرفة المنطقية الرياضية (Logical – Mathematical Knowledge). وقد مكن هذا التمييز من مراجعة العمليات الحسابية في طريقة جديدة ومن ثم تعليمها بصورة مختلفة كلياً عن الطريقة المألوفة أو التقليدية، هذا مما سنوضحه في هذا المقال حسب وجهة نظر البروفسور كامي(*) (Kamii) .غير أنه لابد أولاً من توضيح

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((بناة الأجيال))، دمشق، العدد(٣٠)، ١٩٩٩م

(*) لقد درست كامي تحت إشراف كل منSinclair وInhelder وPiagetفي أواخر الستينيات وبداية السبعينيات. وهي الآن أستاذة في التربية في جامعة الباما في الولايات المتحدة.

طبيعة المعرفة المنطقية الرياضية

إن التمييز الذي جاء به بياجيه لأنواع المعرفة الثلاثة، يقوم حسب مصادرها الأولية وأشكال تكوينها، فالمعرفة الطبيعية أو المحسوسة، هي معرفة الأشياء في الواقع الخارجي، أي المعرفة التي تنصب على الشيء المادي وتعمل على اكتشاف خصائصه للحصول منه على فكرة مجردة، فمثلاً لون قضيب معين ووزنه هما مثالان على الخواص الطبيعية في الأجسام في الواقع الخارجي، التي يمكن معرفتها تجريبياً بالملاحظة.

والمعرفة الاجتماعية مثل العطلات الرسمية وكتابة اللغات والتكلم بها وأداء التحية، تحت أوقات معينة، في حين كان المصدر الأولي للمعرفة الطبيعية هو جزئياً في الأجسام، فإن المصدر الأولي للمعرفة الاجتماعية هو جزئياً أيضاً في العادة أو العرف الذي يقوم به الأفراد. أما المعرفة المنطقية الرياضية، فإنها تشمل العلاقات التي يكونها الفرد و هي الأفعال العقلية التي يمارسها الفرد، و هي النوع الأصعب من ناحية الفهم. إذن تنصب المعرفة المنطقية الرياضية على نشاط الذات وفعاليتها لا على الجسم أو الموضوع. إن نشاط الذات، أو الفعل الذي تقوم به، يضفي على الأشياء خصائص لم تكن تملكها بنفسها قبل أن تصبح موضوعاً للذات، خصائص جديدة تضاف إلى خصائصها الأصلية. والمعرفية المنطقية الرياضية تنصب على هذه الخصائص الجديدة أي على العلاقات التي تقوم بين هذه الخصائص، بمعنى أن المعرفة المنطقية الرياضية تستقي التجريد من نشاط الذات وفعاليتها المنصبة على الموضوع، لا من الخصائص الطبيعية الملازمة لهذا الموضوع.

على سبيل المثال، إذا قُدم لنا قضيبين أحدهما أحمر والآخر أزرق، ورأيناهما متشابهين(Similar) ، فإن التشابه هو مثال للمعرفة المنطقية الرياضية غير أن هنالك من يظن أن التشابه بين القضيبين قابل للملاحظة، لأن التشابه ليس له وجود لا في القضيب الأحمر ولا في القضيب الأزرق، فإذا لم يضع الشخص، الجسمين في هذه العلاقة، فإن التشابه لا يكون له وجود بالنسبة لهذا الشخص. لهذا فإن المصدر الأولي للمعرفة المنطقية الرياضية هو في عقل كل فرد.

لقد ذكرنا سابقاً، أن مصدر المعرفة الطبيعية هو في الأشياء جزئياً... و سبب القول جزئياً، عند بياجيه هو أن الإطار المنطقي الرياضي أو الإطار التصنيفي هو ضروري، حتى للتعرف على القضيب على أنه قضيب. كما أن التصنيف، ضروري أيضاً للتفكير في لون أي شيء، ولنعرف أن اللون أزرق. إذن دون تصنيف، لا يمكن بناء المعرفة الطبيعية. وكذلك لا يمكن بناء المعرفة الاجتماعية دون الإطار المنطقي الرياضي. فعلى سبيل المثال، للتعرف على كلمة معينة مثل " كلمة سيئة " على الطفل أن يصنف الكلمات إلى " كلمات جيدة " و" كلمات سيئة ".

الأهداف التربوية والممارسات الصفية والتقييم

استناداً لنظرية بياجيه في أصل وطبيعة الاستنتاج العقلي أو الاستدلال (Reasoning) العددي لدى الأطفال فأنه من الممكن أن ينشئوا حسابهم (Arithmetic) الخاص بهم. و قد تأكد هذا الافتراض على نحو واسع كما يمكن ملاحظته من أبحاث كامي (Kamii) وتتأكد هذه الفرضية باستمرار في الصف الرابع والخامس الابتدائي، حيث تتضمن الحسابات، الكسور والكسور العشرية والنسبة المئوية.

و سوف نناقش الطرق التي أثارتها كامي (Kamii)

والممارسات الصفية المدرسية.

أهداف الحساب

إذا كوّن الأطفال مفاهيم العدد والمعرفة المنطقية الرياضية من خلال قدرتهم في التفكير فإن أهداف الحساب ينبغي أن تكون هي اكتشاف طرقهم الخاصة لحل المسائل وفي بناء شبكة من العلاقات العددية. وتختلف هذه الأهداف عن الأهداف التقليدية التي تركز على الإجابات الصحيحة وكتابة الرموز الرياضية. وتختلف كذلك عن تلك التي تجعل الأطفال يضفون صفة الذاتية (Internalize) على "حقائق الجمع " و"حقائق الضرب" وقواعد "الحمل" (Carrying) و"الاستلاف" (Borrowing).. الخ.

إن الهدف التقليدي الذي يجعل الأطفال يضفون الصفة الذاتية على " الحقائق " مثل " حقائق الجمع "، أوصل إلى اعتقادات لا تفرق بين المعرفة المنطقية الرياضية والمعرفة الطبيعية. إذ أن الحقائق قابلة للمشاهدة. غير أنه لا الأعداد قابلة للمشاهدة ولا المجموع. إذن ليس هناك شيء كحقيقة الجمع. فضلاً عن أن الجمع لا يمكن تعلمه بعمليات استبطان (Internalization) من الخارج، بل يجب تكوينها من قبل كل طفل من الداخل. إن الهدف التقليدي يجعل الأطفال يضفون الصفة الذاتية (Internalize) على القواعد، مثل "الحمل" المتأصلة في التفكير التجريبي، التي لا تفرق بين المعرفة المنطقية الرياضية والمعرفة الاجتماعية.

وكمثال على شبكة العلاقات العددية، فإننا نرغب أن يبدأ الأطفال في الصف الأول بجمع (٦+٥) كالأتي: بما أن (٥+٥=١٠)، فإن (٥+٦=١٠+١)، غير أن كثيراً من تلاميذ الصف الأول يجدون جواب (٥+٥) ولكن عندما يطلب منهم أن يجمعوا (٥+٦) فإنهم يجرون كالأتي:

(٥+١+١+١+١+١) +(١) وهذا يحدث، عندما ينشىء الأطفال شبكة علاقات عددية التـي تمكنهم من التفكير أن (٦) يمكــن التعبيــر عنهــا كــالأتي: (٥+١)، أو (٤+٢)، أو (١+٥)، أو (٧-١)، أو (٨-٢) أو (٩-٣) أو (١٠-٤) أو (٢×٣) أو نصف ١٢ أو غيرها.

الممارسات الصفية ومناقشات عن حل المسالة

سوف نقدم الطرائق، غير المستعملة في الكثير من الكتب المدرسية، لأن هذه الكتب المدرسية تستفيد كما ترى كامي (Kamii) من المبادئ الترابطية السلوكية (Associationist Behavioristic) للتمكن من الأهداف الظاهرية والمحدودة، وذلك من خلال التكرار والتعزيز من الخارج. ومن هذه الطرائق المتصلة بحل المسائل:

المسائل اللفظية أولاً

تقدم الكتب المدرسية عادةً، بعد أن يتم شرح موضوع معين، تمارين لإجراء عمليات حسابية أولاً، ثم المسائل اللفظية لجعل الأطفال يطبقون العمليات الحسابية. ولكن كامي(Kamii) تقترح طريقة معاكسة لهذا الترتيب. أي تقديم المسائل اللفظية أولاً. دون أن تخبرهم عن كيفية حلها، بعد ذلك نشجعهم لاكتشاف طرائقهم الخاصة في الحصول على الجواب. على سبيل المثال، يمكن أن نسأل تلاميذ الصف الأول الابتدائي: إنه إذا كان هناك قضيتين واختار (١٥) طفلاً القضية الأولى فكم عدد الأطفال الذين اختاروا القضية الثانية في الصف الذي يتكون من (٣٥) تلميذاً. وفي الصف الثاني يمكن أن نسأل، ما هو عدد قطع الحلوى التي تكفي لحصول كل طفل على ثلاثة قطع في الصف الذي يتكون من (٣٥) تلميذاً.

ويمكن أن نلاحظ أن هذه المسائل مرتبطة جداً بحياة الأطفال اليومية، هذا ما يؤكده معظم التربويين، وقد وضعت هذه المسائل اللفظية أولاً بسبب أن نمو الاستدلال العددي(Numerical Reasoning)، أسرع من المنطقية الرياضية للواقع لدى الأطفال. كما أن الكتب المدرسية تقدم الأساليب الحسابية أولاً، بسبب أن مؤلفيها يفترضون أن الحساب هو معرفة اجتماعية أو جزء من الإرث الثقافي ينبغي أن ينتقل إلى الجيل القادم.

عمليات الجمع والطرح والضرب من الشمال إلى اليمين

توصلت كامي (Kamii) في أبحاثها، إلى أن الأطفال يمكنهم اكتشاف أساليبهم الحسابية الخاصة وأن هذه الأساليب هي عكس الخوارزميات(Algorithms)المتعارف عليها. فعلى سبيل المثال يتم تدريب الأطفال عند إجراء الجمع والطرح والضرب، في البدء من اليمين إلى الشمال أي من عمود الآحاد إلى عمود العشرات والمئات وهكذا، غير أنه عندما يكون للأطفال حرية الاختيار باستعمال أفكارهم الخاصة، فإنهم سيبدؤون كالأتي:

(٣٠+١٠=٤٠)، (٧+٩=١٦)، (٤٠+١٦=٥٦).

والأشكال التالية تبين طرائق مختلفة يجريها الأطفال للجمع والطرح والضرب. الشكل الأول: ثلاث طرائق لإيجاد (١٨+١٧)

١٠+١٠=٢٠	١٠+١٠=٢٠	١٠+١٠=٢٠
٨+٧=١٥	٨+٢=عشرة أخرى	٧+٧=١٤
٢٠+١٠=٣٠	٢٠+١٠=٣٠	١٤+١=١٥
٣٠+٥=٣٥	٣٠+٥=٣٥	٢٠+١٠=٣٠
		٣٠ +٥=٣٥

الشكل الثاني: ثلاث طرائق لإيجاد (٥٣-٢٤)

٥٠-٢٠=٣٠	٥٠-٢٠=٣٠	٥٠-٢٠=٣٠
٣-٤= ١ أقل من الصفر	٣٠-٤=٢٦	٣٠+٣=٣٣
٣٠-١=٢٩	٢٦+٣=٢٩	٢٣-٤=٢٩

الشكل الثالث: طريقتان لإيجاد (١٢٥×٤)

٤×١٠٠=٤٠٠	٤×١٠٠=٤٠٠
٤×٢٠=٨٠	٤×٢٥=١٠٠
٤ ×٥=٢٠	٤٠٠+١٠٠=٥٠٠
٤٠٠+٨٠+٢٠=٥٠٠	

وعندما تتضمن المسألة عملية القسمة فإن القانون أو الطريقة العادية تقضي أن يعمل التلاميذ من اليمين إلى الشمال، غير أنه إذا ما تم تشجيع الأطفال على التعبير عن أفكارهم الخاصة فإنهم سيبدؤون من الشمال إلى اليمين، كما هو واضح من قسمة (٧٤) على (٥). حيث سيعملون كالأتي:

(٥+٥+٥+٥+٥. . . .)، حتى يكون المجموع قريب إلى (٧٤).

وغالباً ما يعد الأطفال بأصابعهم بالقول (٥، ١٠، ١٥، ٢٠،....) بالعد على الأصابع الخمسة. ويستمرون بعد ذلك بالقول إذا كان خمس خمسات هي (٢٥) فإن عشر خمسات هي (٥٠) وأربع خمسات أخرى هي (٢٠)، و إن (٥٠+٢٠=٧٠)، لهذا فإن الجواب هو (١٤) خمسة

والبـــاقي (٤) وتصـــبح هـــذه الطريقـــة بالصـــورة: (١٠×٥=٥٠)، (٤×٥=٢٠)، لهذا فإن الجواب هو (١٤) والباقي (٤)

سلبيات الطريقة التقليدية (الخوارزمية)

نتيجـة لأبحـاث كـامي (Kamii) عـن أطفـال تـم تعلـيمهم بالطريقة التقليدية (الخوارزمية) وآخرين بطريقة الاستدلال العددي، فقد وجدت أن تعليم الخوارزميات يؤثر على نمو الإستدلال العددي لدى الأطفال لسببين. أولهما، أن طريقة الخوارزميات تؤدي بالأطفال إلى التوقف عن القيام بتفكيرهم الخاص عند استعمال طرائق "الحمل"و"الاستلاف" وغيرها، إذ علـيهم أن يتمثلـوا لطريقـة معلمـيهم. والثـاني، أن هـذه الطريقـة لا توضـح معنـى " القيمـة المكانيـة " (Place Value) وتمنـع الأطفال من تكوين وشرح معنى العدد، إذ أن الطريقـة الخوارزميـة ترسـخ ضـعف الأطفـال بفهـم القيمـة المكانية، وبالمقابل تتقوى معرفتهم بها حتى يقوموا بالحل عند استعمال تفكيرهم الخاص.

دور المعلم

إن تبادل الآراء بين المعلم وتلاميذه، مهم جداً في طريقة بياجيـه البنائيـة، فعنـدما يتطـوع أحـد التلاميـذ لحـل مسـألة معينة، فأنه على المعلم أن يتفاعل معه ويشجع بقية التلاميذ للإعراب عن الموافقـة أو عدم الموافقة وأن يُبدو آراءهم بصوت عالٍ مباشرةً إذا لم يكن هناك شيء له معنى في الحل. هذا من جهة ومن وجهة أخرى فإن دور المعلم ليس فـرض الإجابـات الصحيحـة أو الإشـارة إليهـا أو تصـحيح الإجابـات الخاطئـة، ولكـن دعـم سـياق التفكيـر الـذاتي عنـد الطفل. لأنه إذا قال المعلم " هذا صحيح " فإن كل التفكير

سيتوقف مباشرةً، ومادام المدرس لا يقول إن ذلك الجواب صحيح أو غير صحيح فإن التلاميذ سيستمرون بالتفكير والمحاورة حتى يتم التوصل إلى اتفاق. إذ على المعلم أن يسعى إلى زيادة حركة التفكير عند الطفل في جميع المجالات. وعلى المعلم أن يضع في ذهنه قول بياجيه إن المفاهيم التي يصنعها التلاميذ بأنفسهم، مفاهيم خاصة وفردية ولذلك عليه أن يتيح للتلاميذ فرصاً كثيرة ليشرحوا كيف يرون الأشياء. ويقول بياجيه أن ميول التلاميذ للاستيعاب والحفظ تجعلهم يضعون مفاهيم شخصية للعالم.

الخلاصة

قبل عدة قرون كانت التربية قائمة على فلسفات وآراء تقليدية، غير أنها دخلت العصر العلمي بحلول النظريات الترابطية السلوكية. والآن هناك النظرية البنائية لبياجيه. التي يراها بعض التربويين أكثر النظريات ملائمة، على الرغم من الانتقادات التي وجهت إليها. ولابد أن نشير هنا إلى أن التعليم البنائي أكثر صعوبة حتى في تعليم الخوارزميات وفي تصحيح الإجابات، وعلى الرغم من هذه الصعوبة فقد بدأ عدد من المعلمين بالاقتناع بصحة البنائية عند بياجيه، وتم إدخالها في المناهج الدراسية. وأخيراً تبقى هذه وجهة نظر تحتاج لمزيد من الدراسات والأبحاث الميدانية.

المصادر

١- سيد محمد خير الله وممدوح عبد المنعم الكناني(١٩٨٣)، "سيكولوجية التعلم "، دار النهضة بيروت.

٢- محمد عابد الجابري (١٩٨٢)، تطور الفكر الرياضي

والعقلانية المعاصرة، دار الطليعة، بيروت.

٣- مريم سليم، (١٩٧٥)، " علم تكوين المعرفة "، معهد الإنماء العربي، بيروت.

٤- نوري جعفر (١٩٨٧)، " آراء حديثة في تفسير نمو الطفل وتربيته "، دار ثقافة الأطفال، بغداد.

5 - Camii, C. (1996), " Piaget's Theory and The Teaching of Arithmetic",In prospects, Vol. XXVI, No. 1 , March , P-99-.

6- Teacher Training and Piagetian Conceptions of the Construction of Knowledge, (1996), in " Educational Innovation and Information", No. 89, December 1996.

العمليات ما فوق الإدراكية عند فيكوتسكي

وتطبيقاتها في تدريس الرياضيات(*)

تشكل نظرية فيكوتسكي من الناحيتين التاريخية والعلمية المصدر البارز الوحيد للأبحاث حول العمليات ما فوق الإدراكية في علم النفس الحديث. فدور العمليات ما فوق الإدراكية في التربية والتطوير يرتدي أهمية بالغة. إن غياب الأبحاث النظرية والتجريبية، التي يمكن تصميمها بشكل مثمر ومفيد في إطار نظرية فيكوتسكي، هو السبب الوحيد الذي يفسر إهمال هذه العمليات في التربية لكن من المؤكد أن هذه العمليات هي موضع اهتمام وعناية في علم النفس كما في علم التربية[1]. ولابد أن نشير هنا، أن نظرية فيكوتسكي هي إحدى نموذجين هامين للتعلم والنمو، كل منهما يثير اهتماما متزايدا لدى علماء النفس والاجتماع. فالنموذج الأول وضعه بياجيه (١٨٩٦-١٩٨٠)، يشدد على النواحي البنيوية وعلى القوانين والسنن العامة (البيولوجية المنشأ) للنمو، بينما يشدد نموذج فيكوتسكي، على إسهامات الثقافة وعلى التفاعل الاجتماعي والبعد التاريخي للتطور الفكري[2]. وقد اختلفت الآراء حول ما إذا كان هذان النموذجان متعارضين، أم ثمة نقاط مشتركة بينهما، أم يمكن دمجها معا. فمثلا يرى أبو كوفا[3] (Obukhova) أن هذين النموذجين متناقضين في الأساس، بينما يرى ريسنيك[4] (Resnick) إنهما بعيدان كل البعد عن التناقض، ويشتركان في افتراضات معينة هامة، ويمكن، بل ينبغي دمجهما لوضع نظرية جديدة للنمو والوظيفة المعرفية. وفعلا تم دمجهما مؤخرا، عندما اصدر المكتب العالمي للتربية في جنيف كتيبا تحت عنوان "علم التفكير والعلم من أجل التفكير" متضمناً طريقة للتسريع

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((بناة الأجيال))، دمشق، العددان، ٤٢-٤٣، ٢٠٠٢.

المعرفي من خلال تعليم العلوم تعتمد على نظريتي بياجيه وفيكوتسكي[5] .

ملخص لنظرية فيكوتسكي

يطلق على نظرية فيكوتسكي (Vygotsky)، " نظرية اجتماعية - تاريخية - ثقافية لتطور الوظائف العقلية العليا "، مع أن هذه النظرية غالبا ما تسمى " نظرية تاريخية - ثقافية "، أو " نظرية ثقافية - تاريخية ". إذن هي نظرية للنمو النفسي ،وقد طورت في العشرينيات والثلاثينيات (من القرن العشرين) على يد عالم النفس (الروسي) ليف فيكوتسكي (١٨٩٦-١٩٣٤)، مشاركة من تلميذيه أليكس ن. ليونتيف وألكسندر لوريا[6]. وقد تزايد الاهتمام بها في الغرب منذ ترجمة أعماله إلى الإنكليزية والفرنسية في الستينيات من القرن الماضي. تنطلق هذه النظرية من التفسيرات التالية[7]:

أولاً، تستند هذه النظرية في الأصل إلى الدور الحاسم الذي يؤديه التطور التاريخي (الاجتماعي - الثقافي) للنوع الإنساني في حصول عملية النمو المعرفي عند الإنسان، وذلك عن طريق صنع (وتطوير) واستخدام الأدوات المادية: المنجزات التكنولوجية والفكرية الثقافية، كاللغة والرموز والإرشادات والعلاقات.

ثانياً، أن قدرات الطفل العقلية هي في أصلها النشوئي ظواهر اجتماعية (ثقافية) نشأت تاريخيا في المجتمع قبل ولادة الطفل، ثم يمتصها الطفل من المجتمع في مجرى حياته اليومية المعتادة، عن طريق الدراسة بعد ذلك على أساسه تصبح عمليات عقلية فردية (نفسية).

ثالثاً، يأخذ فيكوتسكي نقطة انطلاقه النظري من افتراضه:

إن النمو المعرفي عند الطفل يستند في الأصل النشوئي ـ من حيث أداته الجسمية ـ إلى الجهاز العصبي المركزي من ناحية، وإلى البيئة الاجتماعية (الثقافية) التي تمد الدماغ بمحتواه المعرفي من ناحية أخرى. والجهاز العصبي المركزي لاسيما الدماغ والمخ، بنظره متماثل التركيب لدى جميع الأفراد الأسوياء، داخل المجتمع الواحد ولدى المجتمعات المتعددة، في حين أَن البيئة الاجتماعية (وبخاصة الثقافية) تختلف في مستوى تقدمها. إذن، يتضح من هذه النظرية، أن ثمة خطين للتطور العقلي عند فيكوتسكي، وهما متشابكان كثيرا عنده. الأول، التطور الطبيعي (الذاتي التلقائي، البيولوجي). والثاني، التطور الاصطناعي (الاجتماعي، الثقافي) [8].

وتكتسب نظرية فيكوتسكي أهميتها من معالجتها لقضايا تربوية هي:

(١) كيف أن البيئة الاجتماعية الثقافية، بواسطة اللغة والأدوات الخارجية ونظم المفاهيم العلمية توسع الوظائف العقلية العليا، من خلال التفاعل الاجتماعي.

(٢) العلاقة بين النمو العقلي والتعليم المدرسي، والنتائج المترتبة عنها كالمنطقة المجاورة للتطور.

(٣) أصل ونمو القدرات ما فوق الإدراكية (Metacognition) غير أن هذه الأفكار مترابطة فيما بينها، ولكننا في هذه الدراسة سنأخذ جانبا واحدا، وهو قدرات ما فوق الإدراك، نحاول أن نبين انعكاساتها التربوية في مجال تدرس الرياضيات.

العمليات الإدراكية (المعرفية)

قبل أن نحاول التعرف على قدرات ما فوق الإدراك (Meta

cognition) ينبغـــي أن نوضـــح مـــا المقصـــود بمصـــطلح Cognition. وهنا لا بد أن نشير أن ثمة اختلافات في ترجمة هذا المصطلح وفي معناه. فمنهم من يطلق عليه معرفة أو فعل معرفة أو المعرفة العقلية، هذا من ناحية ومن ناحية أخرى هناك من يطلق عليه الإدراك. غير أن الغالبية تطلق عليه " معرفة ". فقد ترجم فاخر عاقل[9] هذا المصطلح على أنه (التمييز، معرفة، العقل)، وعرفه أنه مصطلح عام يشمل الإدراك والتخيل والمحاكمة والحكم ولقد كان التقليد أن يفرق بين التمييز (العقل) وبين الإرادة والانفعال. كما أن خليل أحمد خليل[10] قد ترجم هذا المصطلح في موسوعة لالاند الفلسفية أنـه: علـم، معرفـة (فعل المعرفـة)، حيـث تسـتعمل هـذه الكلمـة (cognition) أمـا للدلالـة علـى فعـل معرفة، وأما للدلالة على معرفة عموما. أي إنها " المعرفة بالمعنى العام جدا، وبنحو خاص، تفسير انطباع حسي ". ويرى بلوم[11] إن المجال المعرفي، يتضمن تلك العمليات التي تتعامل مع استرجاع وإدراك المعلومات ونمو القدرات العقليـة والمهـارات.... كمـا وضـع ترتيـب هرمـي للأهـداف المعرفية يحتوي على ستة فصول رئيسية. موضوعة في قائمة من الأبسط إلى الأكثر تعقيدا وهي: المعرفة والتفهم والتطبيـق والتحليـل والتركيـب والتقـويم وإذا كـان ترجمـة مصطلح cognition هو معرفة، فإننا نقع في إشكالية أخرى وهي أن مصطلح knowledge يترجم أيضاً معرفة. ولكن إذا كـان ترجمـة مصـطلح cognition هـو إدراك فـإن مصـطلح perception يترجم إدراك أيضاً.

إذن يمكننـا القـول أن الأسـاليب المعرفيـة (cognition) فـي الرياضيات هي أنماط من التفكير تهدف إلى اكتساب المعارف والمهارات والتأمل بهما، بما يخص المفاهيم والقوانين والخوارزميات، الخ ضمن مجال مسألة معينة.

العمليات ما فوق الإدراكية (ما وراء المعرفة)

و إذا كـان ثمـة اختلافـات فـي ترجمـة ومعنـى مصـطلح cognition فإنه من الطبيعي أن تبقى الاختلافات قائمة في مصطلح metacognition. فيترجم تارة ما وراء معرفة، أو ما بعد معرفة، وتارة ما فوق الإدراك، وأخرى الإدراك العالِ، وغيرها من المصطلحات.

أما ناحية المعنى، فقد استعمل هذا المصطلح بطرق مختلفة أيضاً في علم النفس المعرفي. ولا بد أن نشير هنا أن هذا المصطلح لم يتم البحث فيه بعد، وهو من المواضيع التي ينبغي تركيز الأبحاث حولها أضف إلى ذلك أن مصطلحي الإدراك وما فوق الإدراك قد يتداخلان معاً بحيث يصعب التمييز بينهما في كثير من الحالات. وعلى الرغم من الاختلافات في معنى هذا المفهوم، يمكن القول باختصار أن ما فوق الإدراك (أو ما وراء معرفة) هو " وعي الفرد حول عملياته التفكيرية" [12]. إنَّ هذه القدرة على التأمل بعمليات التفكير، بحيث يتم الحصول على أفضل فهم وتحكم بهذه العمليات، يعتبرها نسبت [13] (Nisbet) الحاسة السابعة لدينا. لذلك فأن التعلم الحقيقي، الذي يستهدف فهماً مترابطاً ومنطقياً، ينبغي تفسيره بقدرات الفرد، من أجل أن يتأمل أفكاره ويعيد تشكيلها وينظمها ومن هذا المنطلق يشير مفهوم ما فوق الإدراك على كل من المعارف والتحكم التي يمتلكها الفرد على أنظمته المعرفية.

إن هذه الطبيعة المزدوجة تتضمن جانبين:

الجانب الأول، الوعي الذي يمتلكه الأفراد تجاه معارفهم الذاتية، وتجاه قوتهم وضعفهم وتجاه معتقداتهم حول أنفسهم كمتعلمين، وأخيراً حول طبيعة الرياضيات. إن هذا الجانب هو كامن في الطبع ويوصف هنا على أنه معرفة ما فوق الإدراك أو " معرفة ماذا تعرف". إذ يشير هذا الجانب

إلــى المعــارف والمعتقــدات التـــي يمتلكهــا الشــخص حــول المصادر المعرفية الذاتية في مجال معين، كيفية أدائها في ذلك المجال، والأساليب والتوجيهات التي يمكن استعمالها، وطبيعة المجال نفسه. إن مثل هذه المعرفة الذاتية تبدو ذات أهمية بالغة في التأثير على السلوك المعرفي، ويمكن أن تتشكل في التعليم يوماً بعد يوم. أما الجانب الثاني، من فوق الإدراك، فهو قدرة الأفراد على تنظيم أفعالهم بتطبيق معرفتهم الذاتية.

ولهذا فأن هذا الجانب يشير إلى المراقبة الفعالة والتنظيم والتنسيق لتفكير الأفراد، ويوصف هنا على أنه مهارة فوق الإدراك[14]. وكمثــال علــى عمليــات مــا فــوق الإدراك هــي أسلوب الخطوات الأربع لحل المسالة الذي يتضمن:

. كيفيــة التأمـل إلــى الحلـول المفروضــة، لكـي يـتم اختيــار الأفضل منها.

. كيفية مراقبة وتوافق استعمال الحل الذي تم اختياره.

. كيفية تقييم الحل بعد استعماله.

. كيفية تعديل هذا الحل من أجل حل مسائل أخرى [15].

العمليات ما فوق الإدراكية عند فيكوتسكي

لقد بيّن ايفيك[16]، أنّ تحليل النموذج الثاني للتطور ـ التطور الاصطناعي ـ والممثل بعملية استيعاب نظم المفاهيم، يقود فيكوتسكي إلى اكتساب البعد ما فوق الإدراكي للتطور. لأن اكتساب نظم معارف مبنية على مثل هذه الدرجة من التعميم، وترابط المفاهيم ضمن شبكة مفاهيم كهذه تجعل الانتقال من مفهوم إلــى آخـر سـهلا، فضـلا عـن عمليـات فكريــة سـهلة التنفيذ نسبيا ووجود نماذج خارجية (في النصوص أو مقدمة على يد المدرسين) وتطبيق هذه العمليات، كل ذلك يسهل

وعـي وضبط الفرد لعملياته الإدراكية. وتسهل عملية الضبط الذاتي الإرادي نمط عملية التعلم (تعلم شفهي، شرح كل الخطوات والمناهج الفكرية. تشريح عملية بناء المفاهيم، بناء مفاهيم مشتركة، توجيه عملية التعلم من قبل الراشد ذي الخبرة، الخ). في ظل هذه الشروط يمكن أن يكتسب الفرد معرفة واضحة بعض الشيء عن عملياته المعرفية الشخصية، وكذلك السيطرة الإرادية على هذه العمليات ما فوق الإدراكية عند (فيكوتسكي) تدخل ضمن نظرية عامة لتطوير الوظائف العقلية العليا في هذه النظرية، تبدو هذه العمليـات وكأنهـا مرحلـة ضـرورية، ضـمن شـروط محـددة تماماً، ولها بطريقة غير مباشرة دور مهم في إعادة تنظيم عملية الإدراك عامة. ويمثل دور هذه العمليات في إعادة التنظـيم بشـكل واضـح تمامـاً، تصـور فيكوتسـكي للتطـور كعملية تحول العلاقات بين الوظائف العقلية الخاصة.

ويرى ايفيك أيضاً، أن نظرية فيكوتسكي حتى اليوم الوحيدة التي تقدم، نظريا على الأقل، إمكانية بناء تصور علمي للعمليات ما فوق الإدراكية، مما يسمح بربط بعد التطور الإدراكي هذا بالتطور الإدراكي العام، وكذلك إمكانية فهم أسـاس قـدرة المـرء علـى ضـبط عملياتـه الداخليـة الخاصـة بواسطة مخطط فيكوتسكي الذي يصف الانتقال من الضبط الخارجي والمشترك بين الأفراد إلى الضبط الفردي النفساني الضـمني. ومـن هـذا المنطلـق توضـح نظريـة فيكوتسـكي، بصورة جلية، أن تطور أنظمة المفاهيم العلمية، وذلك من خلال التفاعل الاجتماعي في التعلم المدرسي، ترتقي بفهم المتعلم للتمكن من المتعلم ويعيد توجيه عملية تطوير بنية المفاهيم، تشجع على نمو المعارف والمهارات والأساليب في مستوى ما فوق الإدراك عند هذا المتعلم. ومن الأهمية أن نلاحظ هنا، أن قدرات ما فوق الإدراك تُعد حاسمة، ذات قيمة كبيرة في مهارات حل المسألة.

ما فوق الإدراك وتعليم الرياضيات

يتطلب التعلم الفعال، من التلاميذ أن يكونوا واعين لما يعرفوه وما لا يعرفوه، الأمر الذي يدعو إلى التفكير بمستوى ما فوق الإدراك. ولهذا فإن البحث بما فوق الإدراك يتضمن في هذا المجال: كيف يراقب الطلبة تفكيرهم ويوجهونه، كيف يحفظون تسلسل ما عملوه، وكيف يفهمون عمليات تفكيرهم الذاتي؟ وتبرر أهمية مهارات ما وراء معرفة عندما يطبق الطلبة معرفتهم الرياضية في مواقف جديدة. ولهذا فإنه من المرجح أن تحوي قوائم أهداف تعليم الرياضيات الكثير من "كيف". كيف نحل المسائل، كيف نقيم البراهين، كيف ننمذج المواقف، كيف نعمم النتائج، كيف نحدد أمثلة حاسمة، كيف نبحث عن أمثلة معاكسة، كيف نميزها، الخ...؟[17]

ومن هذا المنطلق بدأ مدرسو الرياضيات، في الكثير من البلدان، بدراسة دور مستوى ما فوق الإدراك في أداء المهام في الرياضيات. لأن ما يعرفه الفرد أو ما يعتقده حول نفسه كمتعلم أو فاعل للرياضيات، وأيضاً كيف باستطاعته أن يتحكم بمسلكه وينظمه أثناء العمل لإنجاز هذه المهام، كل ذلك يمكن أن يكون له آثار قوية على أداء هذا الفرد. ولما كان ما فوق الإدراك متصلاً بوعي الفرد فإن تطويره يتطلب منه أن يراقب ما يفعله الآخرون، ويعكس ذلك على ما يراقبه هذا الفرد. وإزاء هذا الوضع، ينبغي للطالب أن يصبح منتبها ومحللا ومقيما ومقدرا لمعارفه وسلوكه في الرياضيات[18]. ولكن هل أن طرائق تدريس الرياضيات تعطي اهتماما مباشراً لإنماء معرفة الطالب بما فوق الإدراك ومهاراته؟ يبدو أن الأمر هو غير ذلك فمثلا يرى جاروفالو[19] (Garofalo) أن خطط التدريس التقليدي للرياضيات لا تعطي عادة اهتماماً مباشراً لإنماء معرفة

الطالـب بمـا فـوق الإدراك. كـذلك يقـول كـل مـن هوسـون وويلسون [20] أن هذه المهارات (ما وراء المعرفة) لا تلقى إلا القليـل مـن انتبـاه المعلمـين. ويمضـيان بـالقول: ولعـل معرفة ما يعرف الإنسان، وكيف ترتبط " هذه" بـ "تلك" وكيف تتعامل مع الصراع المعرفي...، هو الجانب الأكثر إهمالاً من جوانب تعلمنا جميعا. ولكن هذا لا يعني، أنه لم تكن ثمة محاولات وجهود كبيرة في هذا المجال، حيث أن كثيراً من الطلبة يطور بعض مثل هذا الوعي وينشغل في التحكم بنفسه كما أن معظم المدرسين يقدمون العديد من الإرشـادات والتوجيهـات المنظمـة، لكـن مـع كـل ذلـك، فـإن تدريس الرياضيات أكثر ما يركز على المحتوى الرياضي، ولــيس كثيــرا علــى المســلك الرياضــي (التصــرفات فــي الرياضـيات). فـإذا أردنـا أن يكـون طلبتنـا متعلمـين نشـيطين وفاعلين في الرياضيات، بدلا من أن تكون لهم مجرد معرفة بالحقائق الرياضية وطرق الحل، فإنه يتحتم علينا أن نقوم بتخطـيط تدريسـنا مـن أجـل تنميـة مـا فـوق الإدراك عنـدهم ولمساعدة الطلبة في تنمية الوعي بما فوق الإدراك، على المـدرس أن يسـتخدم طرائـقً مختلفـة، انطلاقـاً مـن أفكـار فيكوتسكي أو من أفكار قريبـة منها أولاً، التعليم التعـاوني والتعلم الموجه والتعلم المبني على الصراع الاجتماعي - الإدراكـي، وبنـاء المعـارف جماعيـاً[21]. وذلـك مـن خـلال نماذج اجتماعية نذكر منها[22][23].

- فكر وتأمل بكل شيء تعمله عند ممارسة حل المسائل في الرياضيات، و لماذا تعمل هذه
- ما هي الصعوبات التي تواجهك في حل المسائل؟
- ما نوع التعليل الذي تتبعه؟. ماذا تعمل عندما تواجهك مسألة غريبة؟ ولماذا؟
- ما هي أنواع الأخطاء التي تقع بها عادة؟ ماذا تستطيع

أن تعمل بشأنها؟

- **ما نوع المساعدة التي تحتاجها؟**
- **اذكر بعض الأشياء التي تستطيع أن تفعلها عندما تكون منهمكاً بحل المسألة. وهل هذه الأشياء تساعدك دائماً؟**
- **اذكر عدة أشياء يمكن أن تفعلها لتبقى متابعاً عملك.**
- **متى يكون من المفيد أن تدقق عملك. ولماذا؟ وهل ذلك هو الوقت المناسب فقط؟**
- **ما هي أنواع الأشياء التي نسيت أن تفعلها عند حل المسائل في الرياضيات؟**
- **لماذا تعتقد أن طريقتك في الحل صحيحة؟**
- **ما هي أنواع المسائل التي تفضلها؟ ولماذا؟**
- **ما هي أنواع المسائل التي تخشاها؟ ولماذا؟ وماذا تفعل للتغلب عليها؟**

ثانياً، ينبغي على المدرس أن يبذل جهداً ليشير إلى الجوانب المتعددة المهام في الرياضيات التي هي لها صلة بالتحصيل، مثلاً:

- **ليس كل المسائل في الرياضيات يمكن حلها بعمليات جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة فحسب.**
- **بعض المسائل يمكن حلها بأكثر من طريقة واحدة.**
- **بعض الأحيان لا تحتاج أن تستعمل جميع الأرقام المذكورة في المسألة.**
- **ليس من الضروري أن تحل المسائل بنفس طريقة المدرس.**

ثالثاً، يمكن للمدرسين أن يساعدوا الطلبة، كيفية التحكم

بتصرفاتهم وينظموها وذلك بإظهار قراراتهم وإجراءاتهم المنضبطة، أي يخرج أفكاره، أي التفكير بصوت عال، أثناء التدريس.

ولا بد أن نشير هنا أن بعض المدرسين في أحيان كثيرة، يقومون بتقديم حلول واضحة للطلبة، حيث أنه هذه الوسيلة تخفى القرارات والإجراءات التي يستعملونها في وضع طرقهم في الحل واختبارها وتقييمها. وعلى كل مدرس أن يحاول جعل هذه الجوانب من الأداء، في موقف بحيث يتسنى لكل طالب أن يرى متى وكيف تم وضعها، وأن يقوم بتقدير دورها وأهميتها في عملية الحل.

و أخيراً، ينبغي للتعليم في ما فوق الإدراك، أن يأخذ بنظر الاعتبار الجوانب الشخصية الذاتية، والجوانب ما بين الأشخاص، أثناء عملية التعلم، أي المفهوم البنائي الاجتماعي للمعرفة، كذلك ينبغي مساعدة الطلبة تعلم كيفية التعبير عن أفكارهم.

وفي الختام، لابد أن نشير أنه ليس من السهولة تطبيق كل هذه الإجراءات، وإنما هي بحاجة إلى وقت وإلى فترة طويلة لإنجازها. وهنا يبرز الدور الكبير الذي يلعبه المدرس في تطوير عادات التأمل والتفكير، والمراقبة والتقييم الذاتي لدى الطلبة، حيث أن الطلبة الذين يفشلون في حل مسألة معينة، لم يكن في أغلب الأحيان نتيجة لنقص المعرفة في الرياضيات، بل سبب الاستعمال غير الفعال لما يعرفونه.

المصادر

(١) إيفان إيفيك، (١٩٩٤)، " ليف س. فيكوتسكي "،

مجلة" مستقبليات"، المجلد الرابع والعشرون اليونسكو.

(٢) المصدر السابق.

(3) Obukhova, L. F. (1996), " Learning The driving force of development" , Prospects , Vol. XXVI , No. 1 , March. UNESCO.

(4) Resninck, L. B. (1996), " Situated Rationalism: The Biological and Cultural Foundations for Learning" , Prospects , Vol. XXVI , No. 1 , March. UNESCO.

(5) Adey , Ph . (1999) , " The Science of Thinking and Science for Thinking ", International Bureau of Education , UNESCO.

(٦) ترفسكي وياروشفسكي، (١٩٩٦)، " معجم علم النفس المعاصر "، ترجمة حمدي عبد الجواد وعبد السلام رضوان، دار العالم الجديد، القاهرة.

(٧) نوري جعفر، (١٩٨٧)، " آراء حديثة في تفسير نمو الطفل وتربيته "، دار ثقافة الأطفال، بغداد.

(٨) إيفان إيفيك، مصدر سابق.

(٩) فاخر عاقل، (١٩٨٥)، " معجم علم النفس "، دار العلم للملايين، ط ٤، بيروت.

(١٠) أندريه لالاند، (١٩٩٦) " موسوعة لالاند الفلسفية "، المجلد الأول ترجمة خليل أحمد خليل، منشورات عويدات، بيروت.

(١١) فريـــدريك هـــ. بـــل، (١٩٨٦)، " طـــرق تـــدريس الرياضـيات"، ترجمـة محمـد أمـين المفتـي وممـدوح محمـد سليمان، الدار العربية للنشر والتوزيع، نيقوسيا.

(12) kadijevic, D. (1993) , " Learning , Problem Solving and Mathematics Education" , Report No. 93/3 , University of Copenhagen , DIKU.

(١٣) المصدر السابق.

(14) Tanner,H. and S. Jones,(2002), " Scaffolding for Success", British Society for Research into Learning M.athematics

(15) Kadijevic, D. مصدر سابق

(١٦) إيفان إيفيك، مصدر سابق.

(17) جيفـــري هوســـون وبـــراين ويلســـون، (١٩٩٢)، " الرياضيات المدرسية في التسعينيات"، ترجمة خضر الأحمد وموفق دعبول، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، الكويت.

(18) Garofalo , J. (1987), " Developing Meta Cognition for School Mathematics " , The Education Digest, December.

(١٩) المصدر السابق

(٢٠) جيفري هوسون وبراين ويلسون، مصدر سابق.

(٢١)إيفان إيفيك، مصدر سابق.

(22) Garofalo , J. مصدر سابق

(23) kadijevic, D. مصدر سابق

إعاقات حل المسألة في الرياضيات(*)

يواجه العديد من المتعلمين مصاعب وإعاقات عند تصديهم لحل المسائل في الرياضيات لمختلف المراحل الدراسية، الأمر الذي يؤدي إلى إخفاقهم أو عجزهم عن الحل، ومن ثم يُطلق على مثل هؤلاء تسميات متنوعة، مثل: بطيئو التعلم، منخفضو التحصيل، ضعيفو الأداء، ذوو مستويات متدنية، الخ. لذلك بدأ البحث عن تفسير لهذه الحالات آخذة مسميات مختلفة أيضاً مثل: ظاهرة الإقلال في الانجاز، أو الانجاز المدرسي الضعيف، البطء الشديد في الفهم، الفشل في تَمثيل الرياضيات، ضعف الأداء في الرياضيات. غير أن بعض الأبحاث توجهت إلى عملية التعلم كما تحدث عبر التلميذ نفسه، أي أن التلميذ هو نفسه أصبح مركز الاهتمام الرئيسي في عملية تقصي أسباب الضعف في الرياضيات، وكيفية حل هذا التلميذ للمسألة، وما هي المداخل العامة للحل، وما هي أنماط التفكير التي يسلكها خلال الحل. لكننا سنركز في هذه الدراسة على طبيعة الإعاقات والحواجز المعرفية، أو المشتتات العقلية التي تحول دون تمكن التلميذ من حله للمسألة. كما سنفترض هنا أن أي صعوبة ذات منشأ يتصل بالعوامل الاقتصادية أو الاجتماعية أو العائلية أو الفطرية لا تتدخل في إخفاق التلميذ عند حله للمسالة.

ما بين المسألة والمشكلة

كثيراً ما يتم الخلط بين المسألة والمشكلة، من حيث الترجمة العربية للكلمة الانكليزية **Problem** فتارة تترجم مسألة وتارة

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((بناة الأجيال))، دمشق، العدد ٥١، ربيع ٢٠٠٤.

مشكلة. غير أنه عند الرجوع إلى معاجم اللغة العربية، نجد أن هناك فرقاً بينهما، فمثلاً يقول ابن منظور في لسان العرب[1]:

إن المسألة هي من سأل، وسألته عن الشيء: استخبرته على وجه التبيين والتعلم مما تمس الحاجة إليه. وذكر قول أبو ذؤيب:

أساءَلْتَ رَسْمَ الدَّار، أم لم تُسائِل ... عن السَّكْنِ، أم عن عَهْده بالأوائِل

أما المشكلة فهي من شكل، ويقول ابن منظور[2] أيضاً: أشكل علي الأمر إذا اختلط وأشكل الأمر: التبس. . . والأشكال فيه بياض وحمرة، أشكله الحمرة تختلط بالبياض وهذا شيء أشكال، ومنه قيل للأمر المشتبه مشكل. . . والأشكال عند العرب: اللونان المختلطان.

وقد ذكر أمية بن أبي الصلت [3]، الشكيل:

نائِلاً ظُفْرُها القَسَاوِرَ والصِّدْعَانَ والطِّفْلَ منِ القِفَارِ الشَّكِيلا

والشكيل: الذي يختلط سواده أو ببياضه بحمرة.

أما تعريف كل من المشكلة والمسألة، فهو أيضاً يرد بصورة مختلفة، غير أن ثم اتفاقاً شبه عام على أن المشكلة تمثل حالة أو موقف يحتاج إلى معالجة ولكن هناك ما يمنع أو يعيق الحل، في بداية الأمر. ومن التعريفات الكثيرة نذكر تعريف ((جون ديوي)) للمشكلة فيقول: إنها حالة حيرة وشك وتردد تتطلب بحثاً أو عملاً لكشف الحقائق التي تساعد على الوصول إلى حل [4]. كما يعرف ((بل)) المشكلة فيقول: إن الموقف يمثل مشكلة لشخص ما إذا كان على وعي بوجود هذا الموقف ويعترف بأنه يتطلب فعلاً ما، ويرغب في أو يحتاج إلى القيام بإجراء ما ويقوم به ولا يكون الحل

جاهزا في جعبته[5]. أما تعريف المسألة في الرياضيات، فيمكن القول: أنه أي موقف يكون به الفرد منهمكاً فكرياً ويبحث عن حل له. غير أن الحكم على هذا الموقف بأنه يمثل أو لا يمثل مشكلة يعتمد على نظرة الفرد المواجه بهذا الموقف. وعلى هذا الأساس، لا أحد يستخدم مفهوم المشكلة في تدريس الرياضيات، سواء ففي الكتب المنهجية أو في الامتحانات، بل عوضاً عن ذلك مصطلحات المسألة والتمرين والتدريب. لأننا لو استخدمنا كلمة مشكلة لأخبرنا المتعلم مقدماً بصعوبة الحل وأن هناك مشكلة. والغريب أن مفهوم المشكلة يتكرر كثيراً في كتب التربية وعلم النفس وطرائق التدريس، بما فيها طرائق تدريس الرياضيات، وليس مصطلح المسألة، كما هو في الكتب المختصة بالرياضيات. وفي هذا المقام لابد من الإشارة إلى أن الكثير من التربويين يعتبرون المسائل الرياضية هي مسائلٌ لفظية (كلامية) فحسب لكن في الواقع أن المسائل يمكن أن تشمل كل التدريبات والتمارين (التي تستهدف تطبيق القواعد الرياضية مباشرة)، والمسائل اللفظية. و هذه الأنواع قد تعتبر أو لا تعتبر مشكلة بالنسبة للمتعلم الذي يقوم بحلها، كما تتوقف على الطريقة التي يسلكها للقيام بالحل. ويرى ((بل)) أن كثيراً من التمارين في كتب الرياضيات المدرسية عبارة عن تدريبات وتمارين روتينية وذلك على الرغم من أن بعض التمارين الأكثر صعوبة تمثل مشكلات حقيقية لمعظم الطلاب[6].

الخصائص العامة للضعفاء في الرياضيات

يبدو أن ثمة خصائص أو مؤشرات يتميز ببعض منها أو كلها، الضعفاء في حل المسائل يمكن ملاحظتها على مستويات مختلفة. ففي الإدراك: الميل إلى التكرار اللزج (Perseveration) وعدم القدرة إلى الانتقال إلى وضعية

جديدة. و في التفكير: يتحول انتباهه إلى السمات الثانوية.

و في السلوك: سهولة الانجرار إلى السهو وعدم تركيز الانتباه[7]. ويمكن أن نضيف إليها: عدم الرغبة في إجراء مراجعة بعد الانتهاء من حل المسألة، و عدم الانتباه إلى معقولية النتائج، و الشعور بالملل بسهولة، كما أن فترات انتباههم قصيرة، و عدم القدرة تعلم الرياضيات أو الحل بمفردهم، في المدرسة أو في المنزل، وعلى عكس ذلك هناك من هو غير قادر على الحل بفعالية مع طلاب آخرين.

و نشير هنا إلى ما ذكره "جورج بوليا " في كتابه ((البحث عن الحل)) عن مراحل حل المسألة واصفاً تصرف الطالب نذكر منها: أما ابتكار الخطة والحصول على فكرة عامة للحل فكثيراً ما نقابل بصدده اثنين متباينين، فطلاب يهجمون على العمليات الحسابية أو الرسوم الهندسية من قَبل رسم الخطة أو تكوين الفكرة العامة، وطلاب يقفون موقفاً سلبياً بانتظار حضور الفكرة ولا يعملون ما يسرع حضورها. وفي تنفيذ الخطة نجد النقص الشائع، الإهمال وعدم الصبر على تحقيق الخطوات. أما تحقيق النتيجة فإهماله عام أيضاً. والطالب يَسره أن يحصل على نتيجة مهما تكن، ثم هو يلقي بقلمه، ولا تَلْفِت انتباهَهُ أبعد النتائج عن المعقول[8]. ومما يتميز به الطالب الضعيف أيضاً هي، أحياناً، الحصول على النتائج بسرعة بصرف النظر عن صحتها، وهنا نذكر قول ((بيكون)) بهذا المعنى:الإنسان عجول تستهويه النتائج السريعة. و من ثم يقفز إلى الاستنتاجات[9].

ومن الخصائص الأخرى للضعفاء أو بطيئي التعلم كما ذكرها ((بل)) هي أن كثيراً منهم يفتقرون إلى القدرة على فهم المفاهيم والأساسيات عندما يتم تقديمها وشرحها على نحو مجرد أو رمزي. وحتى عندما يفهمون أفكاراً أو علاقات

رياضية فأنهم يعجزون عن تطبيقها في مواقف مختلفة إلى حد ما. كما أنهم في بعض الأحيان يميلون إلى تذكر تعريفات بدلاً من فهم المفاهيم. قد يتذكرون عدداً من الإجراءات والخطوات لحل كل نمط من التمارين... فَهُمْ يستخدمون طريقة خاطئة لتبسيط تعبير جبري، وقد يُجرون الخطوات في حل معادلة بتركيب خاطئ، أو يستخدمون إجراءاً صحيحاً في تمرين لا ينطبق عليه هذا الإجراء(10). وقبل أن نختم هذه الفقرة، لابد من التوسع قليلاً في معنى التكرار اللزج، الذي أشرنا إليه سابقاً، حيث يمكن اعتباره موقف عقلي يركز على نقطة دون أخرى، متجمداً في أسلوب واحد وعدم الرغبة أو عدم القدرة على تغييره، والتشبث بنموذج حل لا يؤدي إلى الحل الصحيح. لذا فالمتعلم يظل يحاول بالمسألة دون جدوى، بسبب عطالة التفكير وتقليديته وعدم مرونته. ويطلق على هذا النوع من التفكير، التفكير الاتفاقي أو المتقارب (Convergent) وهو عكس التفكير المتشعب (Divergent). ويمكن مقارنة هذين النوعين من التفكير في الذكاء بين الحشرة والفأر. فالحشرة تحاول الفرار من النافذة المغلقة فهي تكر عليها مرة بعد مرة من غير أن تحاول أن تفر من نافذة أخرى بجوارها مفتوحة هي النافذة التي منها دخلت إلى الغرفة. أما الفأر فقد يتصرف تصرفاً أذكى. فإذا هو وقع في شرك فإنه يحاول أن يقلص نفسه كي يملص من بين قضيبين فإذا هو أخفق جرى إلى قضيبين آخرين ثم آخرين. فهو ينوع محاولاته ويجرب كل الإمكانيات(11). لذلك على المتعلم أن ينوع محاولاته تنويعاً أذكى، وعلى تجربة الإمكانيات بفهم أوسع وأن يتعلم من أخطائه وفشله، وأن لا يصل إلى مرحلة يُطلق عليها الانسداد العقلي أي مرحلة التوقف عن الحل.

أنواع الأخطـاء

من المعروف أنه تبعاً للخبرة والمعارف المتراكمة، تظهر الإمكانـات والفـروق الفرديـة بـين المتعلمـين فـي رؤيـتهم للمسألة و صياغتهم لحلها، ويظهر بعد ذلك الاختلاف في تحليـل واسـتخدام المعطيـات الأوليـة للمسـألة، عنـدها تقـع الأخطـاء عنـد بعضـهم. ولابـد هنـا مـن التمييـز بـين أنـواع الأخطاء التي يرتكبها الطلاب في حياتهم المدرسية: فبعض الأغلاط معقول ومقبول ومتوقع الحدوث. وبعض آخر بليد وممجوج. و الفرق بينهما هو إن النوع الأول ينم عن فهم الطالب للسؤال وينطوي عبر الاتجاه السليم نحو حله ولكن الطالب يخفق في التوصل إلى النتيجة المرجوة لخطأ عارض يرتكبه أثناء ذلك. في حين أن الإجابة البليدة تسير باتجاه معاكس. و ما يصدق على الإجابات الخاطئة يصدق أيضاً على الإجابات الصحيحة. فبعض الحلول ميكانيكي ورتيب ومـألوف، وآخـر ينطـوي علـى الابتكـار وهـذا الـذي ينبغـي تشجيعه[12]. والأخطاء التي يقع بها بعض المتعلمين، أثناء حلهـم للمسـائل، باسـتمرار تتركـز فـي سـير المحاكمـات المنطقيـة والاسـتدلال والتعليـل، وفـي اسـتخدام المبـادئ الأساسية، وفي قراءة نصوص المسائل اللفظية.

تفسير الأخطـاء

ليس من السهولة البحث عن تفسير أو عن الأسباب التي تؤدي بالإنسان أو المتعلم، ارتكـاب الأخطاء لكننا سنحاول ذلك فيما يخص الرياضيات فحسب. ومن الذين بحثوا بهذا الموضوع هو ((بيكون))، الذي أوضح الأخطاء المرتبطة بالعقل البشري، وأطلق عليها اسم الأوثان أو الأصنام التي تتحكم في العقل تحكماً رهيباً وتحجبه عن جادة الصواب، فتكون بمنزلة أصنام يعبدها... وأوهام يتشبث بها...

ويقسمها بيكون إلى أربعة أنماط: أوهام الجنس أو القبيلة، وأوهام الكهف، وأوهام السوق، و أوهام المسرح. وسنأخذ بعضاً منها الذي ينطبق على حل المسألة، فمثلاً أوهام الجنس أو القبيلة، ومن أمثلتها سرعة التعميمات والقفز إلى الأحكام الكلية، فلا ينبغي التسرع في التعميم دون التثبت الكافي كي لا نقع في أحكام خاطئة. وكذلك فإن سيطرة فكرة معينة على الذهن، تجعلنا نختار من الأمثلة والوقائع ما يؤيدها ونغض البصر عما ينفيها[13].

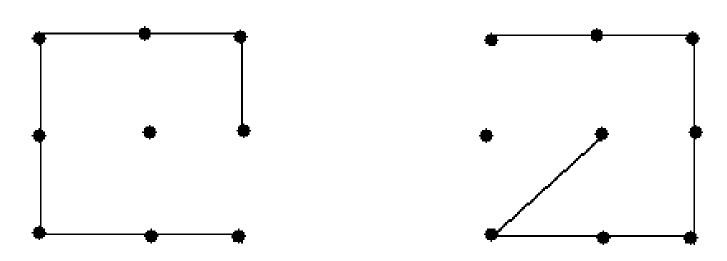
ويقول ((بوبر)) أيضاً في هذا المجال، إن الخطأ ينجم من سوء إدراك الوقائع أو المعطيات.... فإذا أسأنا إدراك الوقائع بسبب عدم القدرة على الرؤية أو التعصب، فإن ما نستنتجه منطقياً منها سيكون خطأً، و هكذا نقع في الخطأ[14]. و أحياناً نخطأ في فهم الأشياء التي تكون شديدة الوضوح لأنها: لا تندرج في تصوراتنا حول ما يمكن أن يكون صحيحاً، أو ـ من جهة أخرى ـ بسبب اعتقاد خاطئ أنها لا يمكن أن تكون صحيحة[15]. وتعزى عدم القدرة على الفهم وحصول الأخطاء في الاستدلال عند ((ثورنديك)) إلى ضعف قوة الروابط أو إلى روابط خاطئة أو إلى روابط مناسبة وضعت في غير المكان المناسب[16]. لذلك نجد عند بعض المتعلمين البطء الشديد في الفهم، والصعوبة في رؤية العلاقة بين المفاهيم، و عدم فهم النصوص، وعدم القدرة على استنتاج المغزى العام، وصعوبات في التفكير الرياضي، والصعوبة في الربط بين أي موضوع وآخر داخل النص وفي ربط النص بخارجه. ومن الغريب أن نجد عند بعض المتعلمين أن زيادة الخبرة قد يعيق الفهم لديهم. إذ من المعروف أن الإنسان يكتسب ويزداد خبرة وتجربة بمرور الأيام. وهذه حالة إيجابية بصورة عامة. ولكننا نلاحظ أن التجارب المجمعة والخبرات المكتسبة تَحوُل أحياناً دون فهم الإنسان لموضوعات أو مفاهيم أو تجارب جديدة

بسبب صعوبة التكييف معها. و هذه حالة سلبية تؤدي إلى التقليل من قدراته على الابتكار والإبداع[17]. بالإضافة إلى ذلك قد يؤدي تداخل الخبرات الجديدة مع السابقة إلى حالة سلبية أيضاً. سنبين بعض هذه الحالات، وكيفية تصرف المتعلم في الحالة الإشكالية أو عند حله للمسألة، وهي: الافتراضات غير المبررة والتطبيق الآلي، وهيمنة التصورات الأولى في حل المسألة، وعدم القدرة على إعادة التنظيم، وإشكاليات المسائل اللفظية.

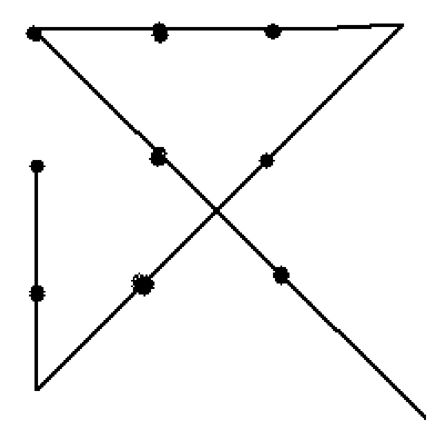
الافتراضات غير المبررة

المقصود بالافتراضات غير المبررة أن المتعلم، أحياناً، يُدخل معلومات إلى تصوراته لا تكون موجودة في نص المسألة. مشكلة النقاط التسع هي أفضل مثال على ذلك[18][19]. والمطلوب فيها رسم أربعة خطوط مستقيمة تمر بها جميعاً دون أن يُرفع القلم من على الورقة.

بعض المحاولات الأولية المعتادة في هذا المجال تتخذ أشكالاً كالشكلين التاليين:



إن الافتراض الأولـي هو الـذي يملـي الصعوبة أو السـهولة التي يرى الفرد المشكلة عليها. والحـل الصحيح هو الحل الذي ينطوي على التخلي عن افتراض طبيعي بأن لا تفكر في الشكل الذي تكوّنه النقاط على أساس أنه مربع، و بعبارة أخرى فليس هناك في شروط الحل أي شرط يمنع الفرد من الخروج إلى خارج فكرة المربع الذي تكوّنه النقاط التسع، أي ليست ثمة منع في نص المسألة يمنع الخطوط من أن تتعدى الحدود المعينـة عبر تلك النقط. فإذا سمح تصور الفـرد للخطـوط الأربعـة أن تخـرج عـن تلـك الحـدود، فمـن المحتمل أن تحل المسألة بسهولة. والحل يتطلب بصورة ما، تجاهل شكل المربع في النمط الخاص بالنقاط التسع هذه، وبذلك ينبغي أن تنتفي من الذهن صورة المربع الذي يتراءى بصورة طبيعية عند رؤية لنمط لأول مرة. وعلى الفرد أن يمـد بعض الخطوط الحاسمة خـارج حدود المربـع. وأحد الحلول هو كما يلي:



فالافتراضـات المسـبقة لهـذه المسـألة تـؤدي بنـا لاختيـار مسارات لا يمكن أن تؤدي إلى الحل وتجعل في المسـألة،

مشكلة صعبة أو مستحيلة الحل.

التطبيق الآلي

إن التطبيق الآلي للقواعد النظرية دون اعتبار لملامح الموقف الهامة يمكن أن يؤدي إلى سلوك يتسم بالغباء[20].
وكمثال على ذلك، يقال أنه في أحد البلدان الغربية، وفي عام ١٩١٠م جاء الموجه الفني إلى مدرسة وزار أحد فصولها. وفي محاولة منه لتقدير مدى مقدرة التلاميذ على التفكير وسعة الحيلة سألهم قائلاً:" كم شعرة يمكن أن نجدها على ظهر الحصان؟" وكم كانت دهشته عندما رفع أحد التلاميذ يده في الحال قائلاً:" الحصان عنده١٣٢٤٦٨٢١٨ ". فسأله الموجه الذي أذهلته المفاجأة وكيف عرفت ذلك؟ فرد الصبي قائلاً:" إذا لم تكن تصدقني فيمكنك عدّها بنفسك". وهنا انفجر التلاميذ ضاحكين. وبينما كان الموجه يهم بالخروج التفت إلى التلاميذ قائلاً:" سأنقل هذه القصة إلى زملائي في التوجيه الفني وأنا واثق أنهم سيستمتعون بها. وفي العام التالي عاد الموجه إلى المدرسة ذاتها فسأله المدرس عن رأي الموجهين الآخرين في قصة شعر الحصان. فأجابه الموجه:" كان بودي أن أنقلها لهم لأنها قصة ممتعة ولكنني لم استطع ذلك. إذ لم استطع لسوء الحظ أن أتذكر عدد شعر الحصان ". والشيء المذهل في القصة، بطبيعة الحال، ما اتسم به الموجه الفني من غباء وعدم تبصره في بنية القصة التي تكشف أن الرقم الذي ذكره التلميذ ليس مهماً في حد ذاته فالمهم، في هذا الحال، هو أن ذكر أي رقم كبير يؤدي الغرض المطلوب. والحقيقة أنها قصة غريبة، فكيف أن الموجه الذي جاء ليختبر ذكاء التلاميذ يقع في هذا الموقف الذي ينم عن هذا التطبيق الآلي للمعلومات، وإذا كان هذا هو حال أحد التربويين، فبالتأكيد

يمكن أن نجد العديد من التلاميذ أيضاً يقومون بتطبيق قواعد في الرياضيات تطبيقاً آلياً لا يستند على الفهم والإدراك.

هيمنة التصورات الأولى

تعد التصورات الأولى، عندما يباشر الفرد حل مسألة ما، ذات أهمية بالغة (قد تتداخل هذه التصورات مع الافتراضات غير المبررة التي ذكرناها سابقاً). فالكيفية التي يفكر بها هذا الفرد للحل هي التي تحدد مقدار صعوبة حلها. لنأخذ المسألة التالية [21]:محطتان لسكة حديدية تبعدان عن بعضهما ٥٠ ميلاً. وفي أحد أيام السبت انطلق في الثانية بعد الظهر، قطاران، واحد من كل محطة، باتجاه بعضهما بعضاً. فحين غادر القطار الأول محطته، انطلق عصفور سابحاً في الهواء من جهة أمامية وطار نحو الجهة الأمامية للقطار الثاني. وعندما حصّل العصفور القطار الثاني قفل راجعاً نحو القطار الأول، وتابع هذا العصفور طيرانه بين القطارين إلى حين التقيا مع بعضهما بعضاً. فإذا كانت سرعة القطار (كل قطار) بمعدل٢٥ ميلاً في الساعة، وكانت سرعة العصفور مئة ميل في الساعة، فكم تكون المسافة التي قطعها هذا العصفور عندما التقى القطاران؟

فإذا تصورت المشكلة مبدئياً، بمصطلحات المسافة التي يطيرها العصفور، فعليك أن تحسب المسافة التي قطعها العصفور لكل من المرات التي قام بها، وعندئذٍ تغدو المسألة صعبة. أما إذا تصورت المسألة مبدئياً بمصطلحات الوقت الذي استغرقه العصفور في الطيران فإن المسألة تبدو في غاية البساطة. فالقطاران يستغرقان ساعةً حتى يجتمعا (مبدئياً٥٠ ميلاً بعيدين عن بعضهما البعض فهما يتحركان بسرعة متقاربة(٢٥+٢٥=٥٠ ميلاً في الساعة). والعصفور يطير بسرعة ١٠٠ ميل في الساعة إذا فالعصفور طار مئة

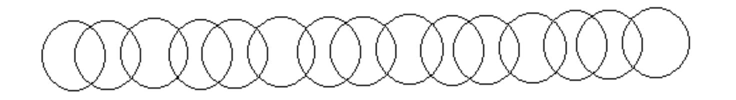
ميل.

حل المسألة يتطلب إعادة التنظيم[22]

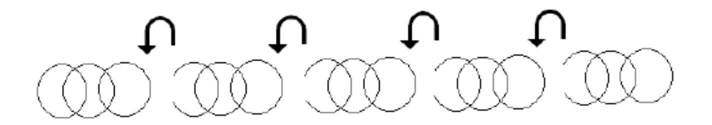
إن حل المسألة هو التغلب على الموقف المحير الغامض والانتقال إلى موقف في غاية الوضوح. وهذا يعني أن الإدراك قد تمت إعادة تنظيمه بحيث أن مفهوم المشكلة لم يعد يتضمن الثغرة المزعجة المعتمة أو انعدام المعنى في التصور السابق. ولنضرب مثلاً لذلك: إن هناك خمس مجموعات من حلقات سلسلة كل منها يحتوي على ثلاث حلقات، فما هو أقل عدد من الحلقات يمكن فتحها ولحمها لعمل سلسلة جديدة تضم خمس عشرة حلقة. والحل السريع هو فتح أربع حلقات. و للتحقق من ذلك نرسم الحلقات كما يلي:



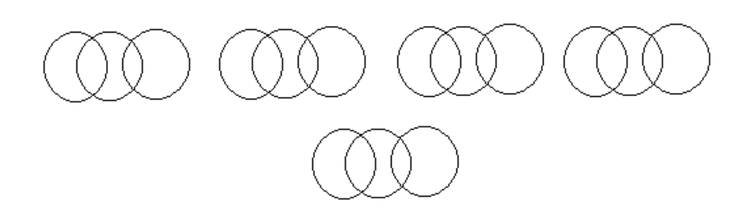
و المطلوب سلسلة متصلة من خمس عشرة حلقة هكذا:



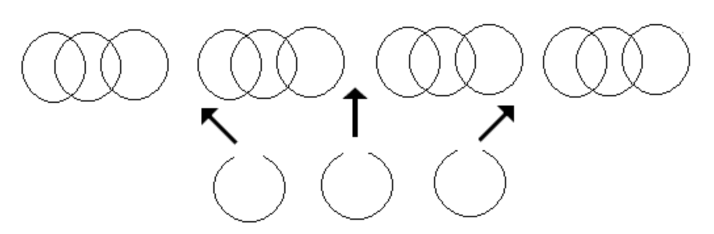
ولذلك فكل ما نحتاجه هو أن نفتح الحلقة اليسرى في كل مجموعة من المجموعات الخمس (ما عدا الحلقة اليسرى في المجموعة الأخيرة) وأن نغلق هذه المجموعات على الحلقات اليمنى من المجموعات المجاورة.



ومن الواضح أن هذا يعني العمل على أربع حلقات. غير أن أقل عدد هو ثلاث وليس أربع حلقات. إن حل هذه المشكلة يقتضي إعادة التنظيم. ففي بادئ الأمر ننظر إلى كل مجموعة من الحلقات الخمس وكأنها مشابهه للمجموعات الأخرى. ولكن ليس من الضروري أن تكون لها جميعاً وظيفة واحدة. فلو نظرنا إلى هذه المجموعات من الحلقات وكأنها أربع مجموعات مضافاً إليها مجموعة خامسة كما في الرسم التالي فأن اللغز يكون قد حل.



هل استطاعت إعادة التنظيم الإدراكي أن تؤدي بنا إلى فهم الخدعة في مثل هذا؟ إن المجموعات الأربعة العلوية (في الرسم أعلاه) أصبحت الآن هي المجموعات التي يريد ربطها أما المجموعة المفردة الموجودة تحتها فإنها المادة الخام التي تؤدي عملية الربط بين المجموعات الأربع العلوية. إذ نستطيع أن نفتح الحلقات الثلاث الموجودة في المجموعة الخامسة ونستخدمها لربط المجموعات الأربع أي لملئ الفجوات الثلاث بين المجموعات الأربع:



إشكاليات المسائل اللفظية

من المعروف أن حل المسائل اللفظية، يحتاج إلى مستويين من التفكير، الأول هو القدرة على تحويل المسألة إلى رموز ومعادلات وعلاقات. و الثاني هو حل هذه المعادلات والعلاقات (و الثاني مرتبط بالأول). ومن هنا فهي ذات صعوبة مركبة لبعض التلاميذ. لذلك فإن العديد منهم لا يحبذون المسائل اللفظية، خاصة إذا لم يفهموا غرضها فمثلاً عندما أعطيت مسألة كهذه: يمكن (لسيارة كبيرة) أن تقل ٦٠ راكباً، فإذا كان يجب نقل١٤٠ راكباً، فكم (سيارة) يجب أن نستأجر؟ إن الأطفال الذين يعلمون أنه لا يمكنك استئجار جزء من سيارة غالباً ما يجيبون بـ ٢وثلث. ومع أن مثل هذه المسائل تنشئ رباطاً مع خبرات يومية. فأن تلك المسائل تعزل الرياضيات عن الواقع [٢٣]. ومن ثم تربك هؤلاء التلاميذ ويقعون في الأخطاء.

الخلاصة

إن حل المسألة يعني الانخراط فكرياً في مهمة بحيث تكون طريقة الحل ليست معروفة مقدماً. ومن أجل إيجاد الحل ينبغي على المتعلمين استعمال معارفهم بمختلف الطرائق والأساليب، كاستخدام الرسوم والتمثيلات والبحث عن الأنماط، ووضع قائمة بكل الإمكانات، ومحاولة قيم أو حالات خاصة، والحل بصورة عكسية، واستخدام الحدس والتخمين والتخيل وغيرها. غير أن ذلك غالباً ما يصطدم بعقبات معرفية تمنع الوصول إلى الهدف وهو حل المسألة، حينها يُصاب التعلم بالتوتر والحيرة والإحباط، وأثناء ذلك تحدث أخطاء الإدراك والنسيان، والتفكير التقليدي، وعدم المرونة، والقصور في عمليات التحليل والتركيب، والعجز

في الربط بين الأفكار، وعدم القدرة على أداء المقارنات، وتطبيق طرائق جاهزة محفوظة. وذلك كله، يضع على عاتق المعلم مسؤوليات كبيرة، لأن كل تصرف من تصرفات المعلم يمكن أن يزيد من فرص التعلم أو يكون عائقاً جديداً أمام تعلم التلاميذ، إضافة إلى حاجته (المعلم) للاطلاع على كل الإعاقات المعرفية التي ذكرناها سابقاً. وأخيراً فالرياضيات لغة تعبر عن علاقات وأنماط وارتباطات، هي التي يجب أن نعلمها للتلاميذ.

المصادر

(1) ابن منظور (١٩٩٧)، لسان العرب، المجلد(١١)، ط٦، دار صادر، بيروت، ص٣١٨.

(2) المصدر السابق، ص٣٥٦.

(3) عبد الحفيظ السطلي (١٩٧٤)، ديوان أمية بن أبي الصلت، المطبعة التعاونية، دمشق، ص٤٥١.

(4) خير الله قصار (١٩٩٣)، مدخل إلى قضايا التعليم في العلوم الاجتماعية، دار طلاس، دمشق. ص ١٠٧.

(5) فريدريك هـ. بل (١٩٨٦)، طرق تدريس الرياضيات، ج١، ترجمة محمد أمين المفتي وممدوح سليمان، الدار العربية للنشر، نيقوسيا، ص١٦٨.

(6) المصدر السابق ص ١٦٩.

(7) نعـيم عطيــة (١٩٨٥)، الـذكاء وإعاقــات، الــتعلم، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تـونس، ص١٣٦.

(8) جـورج بوليـا (١٩٦٥)، البحـث عـن الحـل، ترجمــة أحمد سليم سعيدان، ط٢، دار مكتبة الحياة، بيروت، ص١٣١.

(9) كارل بوبر (٢٠٠١)، أسطورة الإطار، ترجمة يمنى الخولي، عالم المعرفة (٢٩٢)، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ص١١١.

فريدريك هـ. بل، مصدر سابق، ص٢١٣.

(10) جورج بوليا، مصدر سابق، ص١٤٠.

(11) نــوري جعفــر(١٩٧٨)، التقــدم العلمــي والتكنولــوجي ومضــامينه الاجتماعيــة والتربويــة، وزارة الثقافة والفنون، بغداد، ص٣٨.

(12) يمنــى الخـولي(٢٠٠٠)، فلسـفة العلـم فـي القـرن العشـرين، عـالم المعرفـة (٢٦٤)، الكويـت، ص٦٩.

(13) بيتر مدور (١٩٨٢)، الاستقراء والحدس، ترجمــة بــلال الجيوســي، وزارة الثقافــة والإرشــاد القومي، دمشق، ص٤٤.

(14) المصدر السابق، ص٤٣.

(15) جــــورج إم غــــازدا وآخــــرون (١٩٨٣)، نظريـات الـتعلم، ترجمـة علـي حسـين حجـاج، عـالم المعرفة، (٧٠)، الكويت، ص٤٦.

(16) زلاتكا شبورير(١٩٨٧)، الرياضيات في حياتنا، ترجمة فاطمة المما، عالم المعرفة(١١٤)، الكويت، ص١٨٦.

(17) جورج إم غازدا وآخرون، مصدر سابق، ص٢٨٢.

(18) جون ت. بروبير(٢٠٠٢)، مدارس من أجل التفكير، ترجمة كهيلا بوز، وزارة الثقافة، دمشق، ص٧٣.

(19) جورج أم غازدا، مصدر سابق، ص٢٦٤.

(20) جون ت. بروبير، مصدر سابق ص ٤١٩.

(21) جورج إم غازدا، مصدر سابق، ص٢٥٤.

(22) جون ت. بروبير، مصدر سابق، ص١٦٥.

هل انتهى دور الحساب الذهني؟(*)

كانت الذاكرة في المجتمعات الأمية القديمة، مستودع معارف المجتمع ومهاراته الموروثة كلها، كما أن معرفة القراءة والكتابة تعني أنه يمكن تقاسم الجمل بين ما هو مكتوب وما هو مخزون في الذاكرة، إلا أن اختراع الطباعة هو الذي جعل المعارف المكتوبة في متناول الناس على نحو واسع. والتربية لكونها عملية نقل ذلك الجزء من ميراث المجتمع قد استجابت، بأن جعلت تعلم القراءة في مركز اهتمامات المدرسة. ومع ذلك فقد بقيت الذاكرة تشغل دوراً أساسياً في التعليم المدرسي[1]، كحفظ جدول الضرب وإجراء العمليات الحسابية ذهنياً.

وقد أتاحت ثورة المعلومات الحالية توفر ذاكرة طويلة الأمد غير محدودة عملياً في صيغة إلكترونية تتزايد إمكانات اقتنائها في البيوت وأماكن العمل. ومن هذا المنطلق فقد تأثرت الرياضيات، كغيرها من فروع المعرفة، بهذه التقنيات الحديثة، فعلى سبيل المثال، أن رصيد المهارات الحسابية التي يحتاجها الفرد كي يؤدي مهامه بفعالية في الحياة اليومية، يتغير. فلم يعد البائع في متجر مضطراً لجمع مفردات فاتورة، ولا لإجراء عملية طرح، كي يحسب ما تبقى من نقود للشاري، كما أن الزبون ليس مضطراً للتحقق من صحة الحساب، فالآلة الحاسبة تنجز كل هذه الأمور. وفي المجتمع الذي لا يتداول العملة النقدية، تختفي حتى الحاجة للقدرة على عد النقود. إذن ثمة مهارات حسابية آخذة في التناقص، وهذا يقودنا إلى طرح السؤال عما إذا كان هنالك

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((اليرموك)) في جامعة اليرموك الأردنية، العدد ٧٢، ٢٠٠١م

قدر يتعذر إنقاصه من المعلومات التي يجب على الأفراد أن يتذكروها، عوضاً عن السؤال عن كيفية الحصول على هذه المعلومات عند الحاجة إليها. وإذا كان كذلك، فما هذا القدر في مادة الرياضيات؟ ومن ذا الذي يقرر ذلك؟ وهل توفر الذاكرة الإلكترونية للرياضيات المدرسية شيئاً لم تقدمه الطباعة لها؟ وهل ثمة خطر من أنه سينجم عن توفر هذه الذاكرة، بالإضافة إلى تأكيد أكبر على مظاهر " النقل" في الرياضيات المدرسية على حساب مظاهر المعالجة والاكتشاف والابتكار؟[2] وعلى حساب دور الحساب الذهني؟

ما المقصود بالحساب الذهني (العقلي)

لقد أطلق العرب والمسلمون، على الحساب الذي لا يحتاج إلى قلم وورق بالحساب الذهني (حساب اليد أو العقود)، إذ تجري العمليات الحسابية بالذهن والأصابع. وهذا النوع من الحساب هو الذي يحتاج إليه التجار والمسافرون والعوام لحساب أموالهم في الخيال دون الكتابة. حتى أن بعض العلماء المسلمين ألف كتباً في هذا المجال، أمثال أبو العباس بن الهائم. الذي ألف كتاباً باسم " المعونة في الحساب الهوائي " [3].

ومن ذلك يتضح أن العمليات الحسابية في الحضارة الإسلامية، كانت تجرى على طريقتين، الأولى بالورق والقلم الذي يطلق عليه الحساب الغباري أي الحساب الكتابي، والثانية دون الورق والقلم أو الحساب الهوائي، الذي نطلق عليه الآن الحساب الذهني لكن دون استعمال أصابع اليد، غير أن ذلك كان قبل أن يتم اختراع الآلات الحاسبة. ولابد أن نشير هنا، أن حجم استعمال هذين الطريقتين، لم يكن متساوياً في أغلب الأحيان. ففي الجاهلية وصدر الإسلام مثلاً، كان التركيز على إجراء العمليات

الحسابية ذهنياً لقلة من يعرفون القراءة والكتابة، من جهة، ومن جهة أخرى عدم توفر أرقام، كالأرقام الحالية، يرمزون بها الأعداد. ومن المجالات التي كانوا يستخدمون فيها الحساب الذهني، هي المعاملات التجارية والزكاة والإرث وغير ذلك.

وإذا انتقلنا إلى منتصف القرن التاسع عشر الميلادي. فإن الحساب الذهني كان يمثل جزءاً متكاملاً من منهج الرياضيات، وكان الهدف منه تدريب الملكات العقلية، كما اشتمل على تدريبات شفهية تستخدم في حل المسائل التي تتطلب خطوات متعددة. و في بداية عام ١٩٠٠م بذلت محاولات لكي يشتمل المنهج على الحساب الذهني والتحريري(الكتابي) معاً. وفي الفترة (١٩٣٠م-١٩٦٠م) أصبح التلاميذ أكثر اعتماداً على الاختبارات التحريرية، ويتضح لنا من ذلك أننا في حاجة ماسة إلى استخدام الحساب الذهني[4].

أما من حيث معنى الحساب الذهني، فقد تغير أيضاً، ففي النصف الأول من القرن العشرين الميلادي كان الحساب الذهني يفهم على أنه القدرة على إجراء العمليات الحسابية بسرعة دون استخدام الورقة والقلم. أما اليوم فلا نؤكد على السرعة فقط، وإنما نعتبر الحساب الذهني قدرة الفرد العقلية على الوصول إلى نتيجة مقربة أو مضبوطة من خلال استخدام خواص الأعداد والنظام العشري للعد[5]. أي إجراء هذه العمليات عقلياً(في الرأس) بسرعة ودقة وإتقان، دون استخدام الورق والقلم أو الآلات الحاسبة. كما أن الحساب الذهني يمكن أن يتضمن شيئاً من عناصر الإدراك الناقد(Critical awareness) والمقارنة والحدس. ومن المعلوم أن العديد من التلاميذ والأفراد يواجهون صعوبة في استخدام الحساب الذهني، ومع ذلك فإننا نستخدمه في حياتنا اليومية كثيراً. وتتضمن مهارات الحساب الذهني،

الكثير من العمليات، مثلاً: عملية العد، وإجراء عمليات حسابية تتضمن الجمع والطرح والضرب والقسمة، على الأعداد، والمهارة في التعامل مع الكسور، والمهارة في استخراج الجذور وفي تربيع الأعداد، والقدرة على حل مسائل حسابية معينة، الخ.

وكما أشرنا أن الحساب الذهني يتضمن جانبين، هما السرعة والدقة، أي الوصول إلى نتائج صحيحة بسرعة كبيرة. ومن الطريف أن نذكر هنا قول عنترة بن شداد و هو يصف الحاسب بوميض البرق فيقول[6]:

وفرضت للناس الكتابة فاحتذوا فيها مثالك والعلوم فرائضُ

و إذا خططتَ فأنت غيثٌ وإذا حسبت فأنت برقٌ

التقدير التقريبي

كما ذكرنا، أن الحساب الذهني يتضمن الوصول إلى نتيجة مقربة، وهو ما يعرف بالتقدير التقريبي (Estimation) وأيضاً يتطلب السرعة والدقة. ومما يُؤسف له أن هذه المهارة - التقدير التقريبي - هي إحدى المهارات المهملة في برامج الرياضيات.

وهناك ثلاثة أنواع من التقدير التقريبي مرتبطة بالرياضيات. أولاً، تقدير الإجابات للمسائل الكلامية. ثانياً، تقدير الإجابات في نتائج العمليات الحسابية. وأخيراً تقدير قياسات الأشياء المادية. فعند إجراء العمليات الحسابية لا يعرف كثير من التلاميذ كيف يجدون ما إذا كانت إجاباتهم معقولة. ففي اعتقادهم أن الإجابة إما صواب أو خطأ.

ولكن لم يدر بخلدهم التساؤل عما إذا كانت معقولة أم غير معقولة. فمثلاً عند تطبيق المهارات الحسابية للأنشطة

اليوميـة، كالشـراء مـن السـوق أو التعامـل مـع المصـرف (Bank)، فكثيراً مـن النـاس لا يمتلكـون القـدرة على إجراء تقدير سريع ودقيق لصحة الحسابات، والبائع المتمـرس تتكـون لديـه قـدرة جيـدة فـي تقـدير جملـة مبـالغ المبيعـات للمشتري، وأحياناً يكشف التقدير أخطاء حسابات أجريت على آلة حاسبة. لذلك نجد أحياناً كثير من الناس ضعفاء جداً في تقدير الأوزان والمسافات والمساحات والحجوم ودرجات الحرارة وغيرها. ولابد أن نشير هنا أن مدى التسامح في التقدير تتوقف على طبيعة الموقف والشيء المقاس[7].

تأثير الآلات الحاسبة على الحساب الذهني

مـا أنفـك موضـوع السـماح باسـتعمال الآلات الحاسـبة فـي المدارس، يثير جدلاً في الأوساط التعليمية في العديد من البلـدان، منـذ اختـراع هـذه الآلـة عـام ١٩٦٧م ولحـد الآن: كيفيـة اسـتثمار إمكاناتهـا، ومـا هـو العائـد التربـوي لاسـتخدامها، ومـا أثرهـا علـى التعلـيم، و فـي أي مرحلـة دراسـية ينبغـي إدخالهـا وهـل اسـتعمالها يضـعف الحسـابات الذهنية والخوارزمية، والتخوف من أن تحل الآلات الحاسبة محل القدرة على الفهم أو محل العمليات الحسابية، وهل ثمـة صـلة بـين توفرهـا فـي المـدارس والتحصيـل فـي الرياضـيات؟ ولـذلك فقـد بـرز أسـلوبان مختلفـان جـداً نحـو اكتسـاب التلاميـذ للبراعـة فـي الحسـاب الـذهني. الأول، هـو تنمية الحساب الذهني قبل السماح باستعمال الآلات الحاسبة. والثـاني تنميـة البراعـة فـي الحسـاب الـذهني بـالتزامن مـع التنمية المبكرة لمهارات الآلة الحاسبة. ولكن بالمقابل سواء سمحنا أو لم نسمح باستعمال الآلات الحاسبة في المدارس، فإنهـا انتشـرت انتشـاراً واسـعاً، بسـبب زهـد ثمنهـا، وصـغر حجمها، ولذلك فإننـا لا يمكننا منعها خارج المدرسة. ومن هذا المنطلق أصبح التلاميذ أكثر اعتماداً على هذه الآلات من

استخدام الحساب الذهني والحساب الكتابي، ليس في إجراء الحسابات المعقدة والكبيرة بدقة وسرعة فحسب، بل لإجراء أبسط العمليات الحسابية، مما أضعف قدرتهم على إجراء العمليات الحسابية والتقدير ذهنياً.

ولذلك نجد اليوم، قصوراً كبيراً في استخدام الحساب الذهني في المدارس وكتب الرياضيات، كما أصبحت الآلات الحاسبة عاملاً معوقاً لتفكير العديد من التلاميذ. والغريب في الأمر أن وزارة التعليم في بريطانيا التي كانت من أوائل البلدان التي سمحت بإدخال هذه الآلة في مدارسها، قررت أخيراً منع استخدام الآلات الحاسبة الصغيرة من قبل طلاب المدارس بهدف رفع مستويات الفهم لديهم. وقد بينت الدراسات أن الاعتماد على الحاسبات لحل المعمليات الحسابية البسيطة يعطل استخدام الحساب العملي ويضعف نمو الدماغ[8].

ومهما يكن من أمر، فإن المستويات المدرسية المبكرة، حيث تبذل محاولات لترسيخ أسس الفهم الحسابي، هي التي ما انفك يدور حولها الجدل وتبرز فيها الشكوك حول استخدام الحاسبات. والحاجة ملحة هنا لإجراء مزيد من التحريات والبحوث التطويرية[9].

من كل ذلك فإن التوجه إلى استخدام الآلات الحاسبة أو الحساب الذهني أو الحساب الكتابي، التي تساعد المتعلم في أن يفكر ويتأمل ويستنتج ويسعى إلى اكتشاف العلاقات هي الضالة الأساسية التي نسعى إليها، ولكن دون شك فإن الآلات الحاسبة قد أثرت وقللت من استخدام الحساب الذهني. وهنا لابد أن نشير أن العجز في أداء المهارات الحسابية ذهنياً، قد تأثر أيضاً بصورة غير مباشرة بفعل التغيرات التي حدثت في محتوى وطرق تدريس الرياضيات[10]، منذ الستينيات من القرن الماضي.

كيف نعزز الحساب الذهني؟

لم تكن هناك خطة معينة، لممارسة الحساب الذهني وتعزيزه، بل أن كل فرد يستعمل ويبتكر الأسلوب الذي يراه مناسباً، حسب الموقف وطبيعة المسالة ونوعية الأعداد. فالبائع مثلاً قد يختلف عن التلميذ في إجراء العمليات الحسابية ذهنياً. ولكن الشيء المشترك هو إجراء تحويلات على الأعداد، سواء كانت ضم أو تفريق أو زيادة أو نقصان أو غيرها، بحيث نجعل التعامل مع الأعداد أسهل ذهنياً. إذن الحساب الذهني هو فن القيام بالعمليات الحسابية، التي تعتمد على ذاكرة الأعداد وسرعة مزجها بإتقان. وحتى نزيد من فعالية الحساب الذهني، ينبغي ممارسته والتدريب عليه بصورة منتظمة، أولاً عن طريق إعطاء إجابات دقيقة لمسائل بسيطة، وبعدها عن طريق إجابات لمسائل أكثر تعقيداً، الأمر الذي يجعل قدرات الفرد للتعامل مع الأعداد تزداد أكثر ازدياداً ملحوظاً. ولابد أن نذكر هنا أن ثمة أفراد يمتلكون البراعة في الحساب الذهني فطرياً بدرجة عالية جداً. ومن الوسائل التي تساعد في فعالية الحساب الذهني هي الألغاز والأحاجي والمسائل الحسابية، سواء المنظومة شعراً أو نثراً، نظراً لما تتمتع به من جاذبية ومتعة عند عامة الناس، التي تمثل تحدياً عقلياً ممتعاً وتنقل المرء أحياناً إلى عالم الخيال. ومن المسائل الحسابية المنظومة، ما جاءت على هامش من كتاب ابن الهائم: النزهة في الحساب[11] وهي:

عجبت لمالٍ صار ثلثان ثلثه   (وثلثا) ثلث الثلث ثلث ودرهم
أيا معشر الحساب هذي فضيلة   فكم كان هذا المال قبل انقسامه

وجوابها، أن المال هو أربعة ونصف.

وأخيراً، يبقى السؤال المحير وهو: هل يمكن للحساب

الذهني أن يعمل على تسريع نمو الطفل المعرفي؟و بعبارة أخرى ما هي العلاقة بين أداء التلاميذ في الحساب الذهني وتحصيلهم في الرياضيات بمعنى هل التلاميذ المتفوقين في الحساب الذهني يرتفع تحصيلهم في الرياضيات أم لا؟ و هذا يقودنا إلى سؤال آخر: هل أن الأفراد الذين لا يستخدمون الحساب الذهني - أي الذين يستخدمون الآلات الحاسبة، أو أي وسيلة أخرى - يؤثر ذلك على قدراتهم العقلية؟ الشيء المؤسف هنا أن البحوث والدراسات لم تتطرق إلى تحديد هذه العلاقات[12]، مع أن ثمة من يرى البراعة في الحساب الذهني ليس لها علاقة فيما يخص الذكاء الرياضي وقدراته. وإذا كان بعض علماء الرياضيات الكبار مثل جاوس وأيلر وأمبير حسَّابين ماهرين فهناك الكثير منهم لم يكونوا سوى جيدين في هذا المجال، كما أن أغلب الحسَّابين الذين أدهشوا معاصريهم لم يكونوا إلا متوسطي الذكاء أو رديئين. فقط بعض الحسَّابين المشهورين وضعوا قدرتهم في خدمة الحسابات المفيدة[13] والشيء الذي يمكن أن نقوله هنا، هو أن للحساب الذهني أهمية وأن دوره لم ينته ولن ينته في الحياة العامة سواء داخل المدرسة أو خارجها، فهو يُستخدم في تهيئة التلميذ ذهنياً للتفكير الرياضي وتنمية الحس الرياضي لدى التلاميذ، واختبار معرفة التلاميذ للمعلومات والمهارات الرياضية، والعمل على إيجاد مواقف إيجابية عند التلاميذ نحو الرياضيات، وذلك عن طريق اكتشاف الأخطاء والعمل على تصحيحها أول بأول[14]. وما نسعى إليه هو الوصول بالفرد إلى الطلاقة في إجراء الحسابات، ولكن هذا لا يكفي بل ينبغي أن تكون له القدرة على تفسير الطرائق المستعملة، والقدرة على التقدير والحكم على معقولية النتائج.

المصـادر

(١) جيفري هوسون وبراين ويلسون (١٩٩٢) "الرياضيات المدرسـية فـي التسـعينيات"، ترجمـة خضـر الأحمـد وموفـق دعبول، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، الكويت، ص ٤٠.

(٢) المصدر السابق، ص ٢٢.

(٣) علـي عبـد الله الـدفاع، (١٩٨٣) " العلـوم البحتـة فـي الحضارة العربية والإسلامية"، مؤسسة الرسالة، بيروت، ص ١٠٨.

(٤) رمضـان صـالح رمضـان عبـد الله، (١٩٩٢) " بعـض المتغيرات المرتبطة بمهارات الحساب العقلي(الذهني) "، المجلـة العربيـة للتربيـة المجلـد ١٢، العـدد٢، المنظمـة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس، ص ١٥١.

(٥) المصدر السابق، ص ١٥٢.

(٦) محمد شكري الآلوسي، (١٣١٤ هـ)، " بلوغ الأدب في معرفة أحوال العرب"، ج٣ دار الكتب العلمية، بيروت، ص٣٨٤.

(٧) فريــدريك هـــ. بـــل، (١٩٨٦)، " طــرق تـــدريس الرياضـيات " ج١، ترجمـة محمـد أمـين المفتـي وممـدوح محمد سليمان، الـدار العربيـة للنشـر والتوزيـع، نيقوسـيا، ص١٢٠.

(٨) صـــحيفة تشـــرين الســـورية، ١٩٩٨/٣/٢٢، العــدد ٧٠٦٤.

(٩) جيفري هوسون و براين ويلسون، مصدر سابق، ص ١٢٨.

(١٠) فريدريك هـ. بل، مصدر سابق، ج ٢، ص ٢٥.

(١١) جلال شوقي، (١٩٨٥) "من تراثنا المنظوم في الرياضيات"، المجلة العربية للعلوم، العدد ٦ السنة ٤، جوليه، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس، ص ٩٧.

(١٢) رمضان صالح رمضان عبد الله، مصدر سابق، ص ١٧٧.

(١٣) رنيه تاتون، (١٩٨٦) " تاريخ الحساب "، ترجمة موريس شربل، منشورات عويدات، بيروت _ باريس، ص ١٠٥.

(١٤) رمضان صالح رمضان عبد الله، مصدر سابق، ص ١٥٤.

الآلات الحاسبة في المدارس
بين المنع والتحديد [*]

ما انفك موضوع السماح باستعمال الآلات الحاسبة في المدارس،يثير جدلاً في الأوساط التعليمية في الكثير من البلدان، منذ اختراع هذه الآلة ولحد الآن، كيفية استثمار إمكاناتها، وما هو العائد التربوي لاستخدامها، وما أثرها على التعليم، وفي أي مرحلة دراسية ينبغي إدخالها، وهل يضعف استعمالها الحسابات العقلية والخوارزمية، والتخوف من أن تحل الآلات الحاسبة محل القدرة على الفهم أو حل العمليات الحسابية، وهل ثمة صلة بين توافرها في المدارس والتحصيل في الرياضيات؟

وفي الاتجاه نفسه كان من ينظر للإدخال المبكر والمتسرع لهذه الآلة نظرة توجس وريبة، خوفاً من أن ينجم عن ذلك عدد من المشكلات والمحاذير والمضاعفات في المدارس، أي التحسب للأعراض الجانبية التي تترتب على زيادة أو سوء استخدام هذه الآلة. ومنذ انتشارها كانت هناك حمى شديدة وموجة عارمة عند بعض التربويين في بلدان كثيرة، من أجل إدخالها في المدارس بحرية، غير أن ثمة بلداناً معينة سمحت بإدخالها ولكن بشروط وتحفظات محددة، وأخرى منعت استخدامها أو سمحت باستخدامها في مراحل متأخرة من التعليم.

والغريب في الأمر أن وزارة التعليم في بريطانيا، التي كانت من أوائل البلدان التي سمحت بإدخال هذه الآلة في مدارسها،

---

[*] نُشر هذا المقال في مجلة ((بناة الأجيال)) في دمشق، العدد ٣٩، ٢٠٠١م.

قررت أخيراً منع استخدام الآلات الحاسبة الصغيرة من قبل طلاب المدارس بهدف رفع مستويات الفهم لديهم. وقد بينت الدراسات أن الاعتماد على الحاسبات لحل العمليات الحسابية البسيطة يعطل استخدام الحساب العقلي ويضعف نمو الدماغ[1]. هذا الأمر هو الذي دفعنا للكتابة عن هذا الموضوع، مبينين عرضاً لتطور استخدام الآلات الحاسبة ومواقف البلدان وآثارها وأسباب منعها وتحديد استعمالاتها.

تسميات متعددة

يطلق على الكلمة الانكليزية **Calculator** عدة تسميات، فمثلاً المعجم الموحد لمصطلحات الرياضيات والفلك، الصادر عن المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، عام ١٩٩٠، يطلق عليها المحسبة ومعجم المصطلحات العلمية والفنية لأحمد الخطيب الصادر عام ١٩٨١ يطلق عليها الحاسب أو الحاسبة. غير أن التسمية الشائعة هي: الآلة الحاسبة، الحاسبة اليدوية، الحاسبة الصغيرة، الحاسبة المحمولة يدوياً، حاسبة الجيب. ومهما يكن من أمر سنطلق عليها هنا اختصاراً الحاسبة أو الآلة الحاسبة. ومما يذكر أن كلمة **Computer** يطلق عليها أحياناً الحاسبة أو الحاسب، وأخيراً جاءت تسميتها بالحاسوب،التي نعتقد أنها الأفضل في هذا النطاق.

بدايات الحاسبة

لقد تم اختراع أول حاسبة يدوية محمولة الكترونية (**Electronic Hand-Held Calculator**) في عام ١٩٦٧م، في تكساس (**Texas**). وقد أعلن عن أول إنتاج لهذه الآلات في طوكيو (اليابان)، عن طريق المكائن التجارية لكانون (**Canon Business Machines**) وذلك في نيسان من عام

١٩٧٠م. ومع أن مخرجات المكائن الأولية قد طبع على ورق حراري (Thermal Paper) فإن العرض البلوري السائل (Liquid Crystal Display)، قدم أيضاً في عام ١٩٧٠، عن طريق إحدى الشركات السويسرية. ومن الطريف، أنه لا اليابان ولا سويسرا تستعمل الحاسبات اليدوية في مدارسها حتى اليوم على نطاق واسع. ومنذ ذلك الوقت انتشرت الحاسبات اليدوية انتشاراً واسعاً في المجتمع وبدأت تستعمل في نواح متعددة من النشاط الاقتصادي والاجتماعي، ثم وصلت إلى أيدي طلاب المدارس ولجميع المراحل الدراسية.

نظرة حول استخدام الآلة الحاسبة

سنبين هنا بعض الآراء في استعمال الآلة الحاسبة في المدارس، خاصة في بريطانيا والولايات المتحدة، من السبعينيات إلى التسعينيات من هذا القرن. وسنعتمد في ذلك إلى حد كبير على ما ذكره Foxman [2].

السبعينيات

أخذ مشروع الآلة الحاسبة مكانه في مدارس محدودة في بريطانيا منذ عام ١٩٧٣م. وبدأت أغلب اللجان المشرفة على الاختبارات، تسمح باستعمال الآلات الحاسبة، في بعض مواضيع الرياضيات، وذلك بعد عمر ١٦ سنة، عند حلول عام ١٩٧٨م. أما في الولايات المتحدة، فقد أدخلت الآلات الحاسبة أيضاً في بعض من مدارسها عام ١٩٧٠م. غير أن الأمريكان بدؤوا بسرعة في البحث عن تأثير العمل بالآلات الحاسبة على مهارات الأطفال الحسابية. وكانت النتائج

بصورة إجمالية ليست غير محبذة. ومن ضمن ما توصلوا إليه هو أن استعمال الحاسبات في الصفوف الدراسية لا يضر المهارات الحسابية بشرط أن يتم تعلم (الأساسيات). كما قام المجلس القومي لمدرسي الرياضيات (NCTM) في الولايات المتحدة، بإصدار وثيقة يوصي بها استعمال الحاسبات في المدارس. أما في بلدان أوربا الأخرى فقد كان استعمالها على مستوى أقل. غير أنه على الرغم من كل هذه النشاطات، كانت ثمة معارضة وتخوف من استعمالها. فقد ظهر كثير من المقالات في الدوريات الأمريكية المتخصصة بالرياضيات التربوية، تحمل عناوين مثل الحاسبات هي صديق أم خصم.

وفي نهاية السبعينيات غدا استعمالها شائعاً في الكثير من البلدان. وفي هذا النطاق شهدت بريطانيا بحوثاً تحمل عناوين مثل الآفاق المستقبلية للحاسبات. وأهم عناصر هذا المنطلق الجديد هو التركيز المتزايد على الحساب العقلي وفي الوقت ذاته انحساراً، بل خموداً للخوارزميات التقليدية التي تعتمد على الورق والقلم.

الثمانينيات

نشر تقرير لجنة كوكرفت (Cockcroft) الشهير في بريطانيا عام ١٩٨٢م، عن الرياضيات التربوية، فيه فصلاً خاصاً عن التكنولوجيا الجديدة، وهي الحاسبات اليدوية والحواسيب، إذ كان الاهتمام الرئيسي لها، هو كيفية استعمال هذه الآلات لتحسين التعليم، والمدى الذي ينبغي أن تغيره أو تركز عليه، في محتوى المنهج التعليمي. وقد لاحظت اللجنة أن الكثير من المعلمين، حتى في المدارس الثانوية، قد عارضوا استعمال الآلات الحاسبة، فقد اعتقدوا أن التقرير لا يشير إلى التأثير المعاكس للحاسبات حول

القدرة الحسابية، بما فيها الحساب العقلي. وقد أوصت لجنة كوكروفت أن يستعمل بطيؤو التحصيل، الحاسبات في جميع الحسابات ما عدا تلك السهلة منها. ومن هذا المنطلق فقد طلبت اللجان الامتحانية، السماح لجميع التلاميذ باستعمال الحاسبات في أثناء الاختبارات، وذلك عام ١٩٨٥م، بل طلبوا من المدارس توفيرها للتلاميذ في ذلك العام. غير أن كوكروفت بلغت الانتباه إلى أنه لم تجن فوائد كبيرة للإمكانات التي تقدمها الحاسبات دعائماً لتعليم الرياضيات. أما في البلدان الأخرى فليست هناك أدلة قوية حول استعمال الآلات الحاسبة في الاختبارات. غير أن الكثير من التربويين أخذ يعدد الصفات الإيجابية للآلات الحاسبة وأهميتها ولكن في الوقت ذاته يتحفظون عليها، على سبيل المثال، في لبنان ذكر مراد جرداق[3]، فوائد الآلات الحاسبة ومن ثم التحفظات على استعمالها وهي باختصار: أولاً، التخوف من أن يصبح اعتماد الطالب على الآلة الحاسبة اعتماداً كلياً بحيث تصبح قدرته على التعامل مع الأعداد دون الآلة الحاسبة محدودة أو معدومة. وثانياً، هو التساؤل عن إمكانية توافر الحاسبة لجميع التلاميذ. ويشير كذلك للأبحاث التي ترى أن استعمال الحاسبات الصغيرة بعد أن يكون الطلاب قد أتقنوا العمليات الحسابية (الصف الرابع الابتدائي وما فوق) لا يؤدي بالضرورة إلى نتيجة سلبية في قدرة الطلاب على التعامل مع الأعداد والعمليات الحسابية، غير أنه يضيف أن هذه البحوث بمجملها لم تدرس النتائج البعيدة المدى لاستعمال الحاسبات على فترات زمنية طويلة (سنوات مثلاً).
وفي المملكة العربية السعودية كان المقوش [4] أكثر تحمساً لإدخال الحاسبة بصورة مبكرة ويرى أن القرار الذي ينبغي أن يوافق عليه هو أن الحاسبة اليدوية لها مكان مهم ومناسب في حصص الرياضيات. غير أنه يستدرك ويضع أيضاً تحفظات على استعمالها:أولاً، استعمال الحاسبة اليدوية

لا يعني أن يحل محل الحاجة إلى فهم المفاهيم الرياضية أو المهارات الأساسية أو التدريب على الرياضيات. ثانياً، ليس واقعياً أن تستعمل الحاسبة اليدوية مبكراً ويكون هو المصدر الوحيد للتأكد من صحة نتائج المسائل المعقدة التي يتم حلها بالقلم والورق. ثالثاً، مع أن استخدام الحاسبة اليدوية في الصفوف الثلاثة الأولى من المرحلة الابتدائية مفيد إلا أن استعماله يفضل أن يكون في الصفوف الثلاثة الأخيرة منها.

وفي الولايات المتحدة، أصدر أيضاً المجلس القومي لمدرسي الرياضيات (NCTM) وثيقة توصيات للرياضيات المدرسية، مشابهة في بعدها إلى ما جاء في لجنة كوكروفت في بريطانيا. وقد أوصت بدمج الآلة الحاسبة في منهاج الرياضيات المدرسية، لكل المراحل الدراسية، وفي الواجبات المنزلية وكذلك أثناء الاختبارات. لكنه يعترف أن الحاسبات تستخدم في المدارس على نطاق أضيق مما تستخدم في المجتمع. كما يوصي ايضاً أن يتم تعليم كل تلميذ وفي كل مرحلة دراسية، كيفية استخدام الحاسبة ومتى يستخدمها. ويوصي أن يتم تقييم فهم التلميذ للمفاهيم الرياضية وتطبيقاتها بما فيها الاختبارات العامة، بصورة تسمح باستخدام الحاسبة، ومع ذلك فإن استعمال الحاسبة كان محل خلاف مثيراً للجدل، كما هو في عام ١٩٧٥م. وعودة إلى بريطانيا، فقد صدر عام ١٩٨٩م تقريراً من وزارة التربية والعلوم[5] تسمح باستخدام الحاسبة ولكن في أوضاع معينة. إضافة إلى ذلك كان ثمة مشروع لتطوير المنهاج في بعض المدارس البريطانية (CAN) استمر لعدة أعوام، بدءوا بتلاميذ من عمر ست سنوات ولم يتم تعليمهم الخوارزميات المكتوبة العادية، بل عن طريق الحاسبة واستنتجوا أن الكثير من الأطفال يمكنهم التعامل مع الكسور العشرية والأعداد السالبة وتكونت لديهم القدرة في استعمال المزيد من الأعداد الحقيقية بصورة مبكرة أكثر من الوضع

العادي وبالإضافة إلى ذلك فإن الإمكانية العقلية واستخدام الحاسبة قد تطورا بشكل مترافق.

التسعينيات

أصدرت الهيئة الدولية لتعليم الرياضيات (ICMI) كتاباً بعنوان (الرياضيات المدرسية في التسعينات)[6] في أواخر الثمانينات وترجم إلى اللغة العربية عام ١٩٩٢م. أفردت فيه فقرة خاصة بالحاسبات. إذ تم التأكيد على أن تعلم كيفية استعمال حاسبة - *بوعي وإدراك*- يجب أن يكون الآن جزءاً من تعلم علم الحساب. بل أنه يمضي بعيداً في دعمه لاستعمال الحاسبة فيقول: وكل محاولة لحظر استعمالها (الحاسبة) قد يكون إجراءً أحمقاً ينجم عنه إحداث غربة للطلبة عن الرياضيات المدرسية. إن ما نحتاج إليه هو بناء مواقف إيجابية من الحسابات ويمكن للحاسبات أن تسهم في ذلك. غير أنه يعترف أن ليس ثمة اتفاق عن سرعة إدخالها وعن الاستفادة من إمكاناتها، فيقول:بيد أنه لما يتوفر إجماع حول السرعة التي يجب أن تدخل بها الحاسبات، ولا عن كيفية استثمار إمكاناتها على أفضل وجه في تعليم الرياضيات المبكر. ثم يشير هذا الكتاب إلى الأبحاث التي أجريت عن إدخال الحاسبات فتارة يذكر أن نتائج البحوث المتوفرة تصب في مصلحة الإدخال المبكر للحاسبات، وتارة أخرى يرى أن المستويات المدرسية المبكرة، هي التي ما انفك يدور حولها الجدل وتبرز فيها الشكوك حول استخدام الحاسبات، بل يرى أن الحاجة ملحة هنا لإجراء مزيد من التحريات والبحوث التطويرية. فإذا كان الأمر يحتاج إلى مزيد من الأبحاث فلم هذا التسرع في الدعوة إلى إدخال الحاسبات بصورة مبكرة. وفي الولايات المتحدة دأب المجلس القومي لمدرسي الرياضيات (NCTM) على تشجيع استعمال الحاسبات بقوة، تبين ذلك عندما كرّس كتابه

السنوي عام ١٩٩٢م لهذا الموضوع. كما ذكر بهذا الكتاب أن الخوارزميات الحسابية المكتوبة التقليدية، لم تعد بعد الآن مفيدة. وفي بريطانيا وفي العام نفسه، نشرت مجلة (Micromath)، سلسلة من المقالات في الحاسبات تشيد بمزاياها، وبإيجابية أكثر مما فعله كوكروفت قبل عشر سنوات تقريباً، كما واجهت ردود الفعل السلبية التي ترى أن التلاميذ سيصبحون أكثر اعتماداً عليها. وفي الوقت نفسه كان هناك الكثير من البحوث تؤكد في مجملها أن الحاسبات لا تضر المهارات الحسابية عند الأطفال، مع أن نتائج بعضها تشير إلى أن تلك المهارات وفهم الأطفال لمفاهيم العدد، خاصة الكسور العشرية كانت محدودة. ومجمل القول فإن نتائج البحوث وملاحظات الموجهين التربويين ووجهات نظر الكثير من التربويين، كلها تشير أن الحاسبات، في الوقت الذي لم تكن مسؤولة عن المستويات المنخفضة للعد، في المدارس البريطانية، فإنها لا تساهم في تعزيزه أيضاً. كما أن بعض أساتذة التعليم العالي في بريطانيا قد أعربوا عن قلقهم للمستويات المنخفضة للطلاب في الرياضيات الجامعية. ويعزو البعض السبب في ذلك إلى الحاسبة التي تساهم في تفاقم هذه الحالة. وفي عام ١٩٩٦م أقيمت في بريطانيا مشاريع بحث عن المناهج الدراسية ومن ضمنها العد، وتبين أن ثمة تشديداً على الحساب العقلي، غير أنه ليس ثمة حضر على استعمال الحاسبات. إذن الحاسبات اليوم، وبعد ربع قرن تقريباً منذ أن ارتبطت الحاسبة بمنهاج الرياضيات أصبح شأنها ينتقص منه والشكوك تدور عن آثارها في عدد من البلدان، بينما في بلدان أخرى لازالت متزعمة ولها دور كبير تلعبه. كما أن سحب الحاسبات من بعض الاختبارات والامتحانات العامة، لموضوعات معينة، تبين أن وجهة النظر الرسمية أخذت تبتعد عن أسلوب السماح للتلاميذ باستعمال الحاسبة بحرية كاملة. وقد وصل

الأمر أخيراً ببريطانيا ـكما ذكرنا وفي هذا العام ١٩٩٨م، أن تمنع استعمال الحاسبات في مدارسها.

مواقف اتجاه الحاسبة

إضافة إلى ما ذكرناه في الفقرة السابقة سنبين مواقف أخرى تجاه الحاسبة فمثلاً منعت سويسرا واليابان وكوريا، استعمال الحاسبات في المدارس إلا في مرحلة متأخرة من التعليم الثانوي، أما في بريطانيا فقد كانت أكثر تساهلاً في استعمالها، سنغافورة وهونغ كونغ تدخل الحاسبة ابتداءً من الصف الثامن وبشكل واسع. والولايات المتحدة تستعمل الحاسبات لكل المراحل. وفي السويد، تستعمل الحاسبات اعتباراً من المراحل الأولى للمدارس الثانوية كما أن فرنسا، والاتحاد السوفيتي (السابق) لم يمنعا الحاسبات في المدارس. هذا من جهة ومن جهة أخرى فقد بينت بعض الدراسات التي أجريت في بريطانيا واستراليا، أنه على الرغم من المقدار الجيد للدعم المعلن لاستعمال الحاسبات فإن عدداً من المعلمين في المدارس الابتدائية (والمراحل الأولى من المدارس الثانوية في اليابان) يعارض استعمالها في الصفوف الدراسية، وتكشف الدراسات التي أجريت في اليابان أن أساتذة الجامعات هم فقط الذين يؤيدون استعمالها بشكل كبير، وتكشف هذه الدراسات أيضاً أن ثمة رأياً لعدد كبير من التلاميذ المعلن، يرى أن الحاسبات هي (غش) أو من الممكن أن تضعف قدرة العد. ومهما يكن من أمر توافر الحاسبات في المدارس الابتدائية، فإن الأدلة تشير إلى أنها تستعمل على نطاق ضيق، أما البلدان التي سمحت بإدخال الحاسبات في الصفوف الدراسية،فلم تكن ثمة أدلة كافية على إدماج مدروس بشكل جيد لها في المنهج المدرسي.

فوائد الحاسبة

لا أحد يشك أو ينتقص من الفوائد والإمكانات العديدة للحاسبة، فهي عدّاد متقدم، الأداة الطبيعية التي تجري بها العمليات الحسابية. فهي تبسط التعامل الأولي مع الأعداد الصغيرة والكبيرة، وقدرتها على إجراء عدة عمليات رياضية معقدة بسرعة ودقة، ومن ثم فإن استعمال الحاسبات يوفر الكثير من الوقت الذي يمكن استغلاله وتوظيفه في التركيز على المفاهيم الأساسية وتنمية أساليب التفكير وحل المسألة وبصورة عامة لاستخدام وتطبيق الرياضيات، وكذلك لدراسة مواضيع جديدة في الرياضيات، كما أن إدخال الحاسبة أدى إلى الاستغناء عن القواعد الرتيبة واستعمال الجداول: مثل إيجاد الجذر التربيعي واستعمال اللوغارتمات والمساطر الحاسبة وغيرها. إضافة إلى أن استعمالها يؤدي بالتلاميذ إلى مزيد من التركيز أكثر على ترتيب العمليات الحسابية، كما أنها تساعدهم في اكتساب مهارات مهمة كالتقدير والتقريب.

هل تؤثر الآلات الحاسبة على الحساب العقلي؟

لابد في البداية من توضيح ما المقصود بالحساب العقلي (الذهني)، أو العد العقلي، ويعني قدرة الفرد على إجراء العمليات الحسابية عقلياً أي في الرأس بسرعة دون استخدام الورق والقلم أو الآلة الحاسبة، كذلك الوصول إلى نتيجة تقريبية، أو مضبوطة من خلال استخدام خواص الأعداد والنظام العشري للعد، كما أن الحساب العقلي يمكن أن يتضمن شيئاً من عناصر الإدراك الناقد (Critical Awareness) والحدس (Intuition) ومن المعلوم أن الكثير من التلاميذ يواجهون صعوبة في استخدام الحساب العقلي، ومع ذلك فإن الحساب العقلي يستخدم في حياتنا اليومية

بنسب تتراوح بين ٧٥٪ و٨٠٪ سواء داخل المدرسة أو خارجها. ولو تتبعنا مسيرة الحساب العقلي، لرأينا أن الحساب العقلي كان يمثل جزءاً متكاملاً من منهج الرياضيات في منتصف القرن التاسع عشر، وكان الهدف منه تدريب الملكات العقلية، إضافة إلى أن هذا المنهج اشتمل على تدريبات شفهية تستخدم في حل المسائل التي تتطلب خطوات متعددة، ومنذ عام ١٩٠٠م بذلت محاولات لكي يشتمل المنهج على الحساب العقلي والحساب باستخدام القلم والورق معاً. وفي الفترة من ١٩٣٠-١٩٦٠م أصبح التلاميذ أكثر اعتماداً على القلم والورق، كما اتضح أننا في حاجة ماسة إلى استخدام الحساب العقلي، وتكمن أهمية الحساب العقلي، كما يراها بعض التربويين في استخداماتها في: تهيئة التلاميذ ذهنياً للتفكير الرياضي، وتنمية الحس الرياضي لدى التلميذ، واختبار معرفة التلاميذ للمعلومات والمهارات الرياضية، والعمل على خلق إيجابية لدى التلاميذ وذلك عن طريق اكتشاف الأخطاء في العمل على تصحيحها. وقد جاءت هذه الأفكار عام ١٩٦٦م، وقبل البدء باستخدام الآلة الحاسبة التي أصبح التلاميذ أكثر اعتماداً عليها من الحساب العقلي والورق والقلم. هذا ما ذكره رمضان عبد الله [7] الذي قام بإجراء بحث حول المتغيرات المرتبطة بمهارات الحساب العقلي لدى طلاب المرحلتين الإعدادية والثانوية وكلية التربية في البحرين ولاحظ لديهم استخدام الآلات الحاسبة في أبسط العمليات الحسابية، وضعف قدرتهم على إجراء عملية الجمع والضرب والتقدير التقريبي عقلياً، ويفسر ذلك باعتماد هؤلاء الطلاب بصورة مباشرة على استخدام الآلات الحاسبة منذ المراحل الأولى من التعليم، وقد أصبحت هذه الآلات جزءاً لا يتجزأ من مستلزمات كل طالب وأصبحت عاملاً معوقاً لتفكير الطلاب_كما أنه يفضل استخدام الآلات الحاسبة بعد المرحلة

الإعدادية ولا قبلها حتى تعطي الفرصة للطلاب للتدريب على الاستراتيجيات الخاصة بتسهيل إجراء العمليات الحسابية عقلياً.

وعن الضعف في إجراء العمليات الأساسية، ذكر وزير التعليم الأمريكي ريتشارد رايلي [8] (Richard W. Riley) في كلمة ألقاها في جمعية العلوم الرياضية الأمريكية، اعتماداً على تقرير لجنة التقييم القومي للتقدم التعليمي (NAEP)، أن ٩٠٪ من تلاميذ الصف الثامن يستطيعون الجمع والطرح والضرب والقسمة باستعمال الأعداد الصحيحة، وكذلك باستطاعتهم حل المسائل ذات الخطوة الواحدة. وقد تمنى بأن يكون لكل التلاميذ القدرة على الجمع والطرح والضرب والقسمة، وأن يكونوا دقيقين ومقتنعين بالحسابات البسيطة، العقلية وباستعمال الورق والقلم. ومع أنه لم يذكر أثر الآلة الحاسبة صراحة، غير أنه بتأكيده على الحساب العقلي والقلم والورق يشير إلى ذلك.

هل ثمة علاقة بين توافر الآلات الحاسبة في المدارس والتحصيل؟

أي هل يمكن للحاسبات أن تعمل على تسريع نمو الطفل المعرفي أو أنها تقوم بتعطيله مع أن استخدام الحاسبة مقترن بالدقة المتزايدة في الحساب، فإن تأثيرها على تفهم المسألة الرياضية يكون أقل ما يمكن. ومن هذا المنطلق فإن الأغلاط (Mistakes) ترتكب حتى بوجود الحاسبة، وفي حين استعمال الحاسبة يقلل من الأخطاء (Errors) فإن ذلك لا يعني ضمان الدقة. وفي هذا السياق كان ثمة دراسة أجريت عام ١٩٨١م في بريطانيا، قبل توافر الحاسبات بشكل عام، في المدارس الابتدائية والثانوية، بينت أن المستويات كانت منخفضة، لذا فإن توافر الحاسبات ليس

مسـؤولاً عـن العلاقـات المتدنيـة فـي عـدد مـن المفـاهيم والعمليات الحسابية.

وعند توافر الحاسبات بشكل ملحوظ في المدارس الابتدائية والثانوية بين عامي ١٩٨٢م و١٩٨٧ في بريطانيا، كان ثمة انخفاض في مستوى العلامات في الرياضيات، قد يكون بسبب ظهور بعض المواضيع مثل الاحتمالات والإحصاء.

هذا من جهة، ومن جهة أخرى فإن ارتفاع مستوى العلامات لدى بعض الطلاب، يبدو أنه يتصل بممارسة الحاسبات. غير أن هذه العلاقة مرتبطة وليست سببية، وقد تكون ناشئة عن عوامل أخرى، كالعوامل الاجتماعية، كما أن الدراسات المقارنة تبين أن البلدان التي لها مستويات عالية، لا تمنع وحدها بشدة استخدام الحاسبة، وأن البلدان التي لها مستويات متدنية، ليس لها سياسة متهادنة تجاه الحاسبة، وفي هذا الإطار قام (Gujarathi) [9] بدراسة قارن فيها بين مجموعتين من الطلبة الذين يدرسون المحاسبة، سمح للأولى باستعمال الحاسبة أثناء الدروس والاختبارات، بينما المجموعة الثانية، لم يسمح لها. وعند إجراء اختبار للقدرة الحسابية في بداية ونهاية الفصل الدراسي، لاحظ تحسناً ملحوظاً للمجموعة التي لا تستعمل الحاسبة، كما لاحظ أنه لم تكن ثمة فروقات هامة بين المجموعتين في قدرتهم على تقدير الإجابة، أو حل المسائل اللفظية، غير أنه استنتج، أنه لم يكن هناك سبب يدعو لعدم السماح للطلبة بإستعمال الحاسبات. وفي عام ١٩٩١م، أجريت دراسة مقارنة قامت بها منظمة تدعى التقييم العالمي للتقدم التعليمي. (IAEP)، توصلت إلى أن هناك ارتباطاً ضئيلاً أو معدوماً بين استعمال الحاسبة في بلد ما والإنجاز العام لتلاميذه في الرياضيات. إذن الأدلة حول تأثير الحاسبات من التحصيل غير حاسمة وغير قابلة للتحديد.

وهنا يمكن أن يبرز تساؤل عن العلاقة بين تعلم المفاهيم الرياضية وأداء المهارات، وحيث أن تعلم المفاهيم الرياضية لا يعتمد على أداء بعض المهارات الآلية فقط بل على أسلوب التفكير والفهم والمنطق السليم والاكتشاف والمناقشة واستخدام النماذج الرياضية المتعددة والتطبيقات العملية المتنوعة. هذا يتفق مع ما جاء في توصيات المؤتمر التربوي الثاني عام ١٩٩٨م [10]. إذ أكد على تنمية قدراتهم (التلاميذ والطلبة) على التفكير الموضوعي وتعويدهم المحاكمة والاستقراء والاستنتاج والتقويم، وروح النقد والتفكير الموضوعي والبحث عن الحقيقة.

أسباب الفشل

لما كان الهدف من استخدام مواد تعليمة مختلفة هو أن تساعد المتعلم في أن يفكر ويتأمل ويستنتج ويكتشف العلاقات وأن تكون له القدرة على التعليل، فإن الآلة الحاسبة تخفق أحياناً في ترسيخ المفهوم الرياضي وتعزيزه، لأن التلميذ الذي يعمل عليها بصورة آلية، لا يستطيع أن يدرك المفهوم بصورة مطلقة، ولا تساعد على المفاضلة أو تقرير أي عملية يمكن استخدامها في حالة خاصة. وهنا يقع التباس بين الوسيلة والهدف. بين الوسيلة، وهي الآلة الحاسبة، التي زاد الاعتماد عليها أداة تساعد في سرعة إنجاز العمليات الحسابية وبين الهدف الذي ذكرناه أعلاه، فقد حلت الحاسبة محل القدرة على الفهم أو حل العمليات الحسابية. أو كما يقول كاي [11] (Cay) إن تمثيل الأفكار قد حل محل الأفكار نفسها، وأن أي نظام تعليمي يسعى لجعل كل شيء سهلاً وممتعاً يحول دون تعلم أمور مهمة جداً. إذن ثمة حاجة أساسية لإيجاد توازن بين استعمال الوسائل الثلاث لإجراء العمليات الحسابية وهي:الحساب العقلي، والورق والقلم، والآلات الحاسبة. على أن يكون هناك نوع

من التحديد والتوجيه، عن متى تستخدم كل وسيلة وأن لا يعتمد التلاميذ بصورة مباشرة على استخدام الآلات الحاسبة منذ المراحل الأولى من التعليم. كما أنه غالباً لا يوضح الهدف من استخدام هذه الآلات، وهو تيسير إجراء العمليات الحسابية.

ولابد من الإشارة هنا أن المهارات الحسابية العقلية والخوارزمية، تحتاج في بدايتها للممارسة المستمرة لمدة طويلة حتى يستطيع التلميذ التمكن منها، فإذا انقطعت أو قل استعمالها واستعمل بدلها الآلات الحاسبة، سيحدث انطفاء أو خمود لهذه المهارات.

الخلاصة

يمكننا القول أن ثمة طريقتين مختلفتين لاكتساب التلاميذ الإمكانية الحسابية.

أولاهما: تنمية الحساب العقلي واستعمال الخوارزميات والتمكن منهما قبل السماح باستعمال الآلات الحاسبة. وثانيتهما:تنمية الإمكانية العقلية والخوارزميات بصورة متزامنة مع التنمية المبكرة لمهارات الحاسبة. غير أنه لم يكن هناك إجماع عن المرحلة الدراسية التي ينبغي أن تدخل بها الحاسبة، ولابد أن نشير أنه حتى لو تم منع استعمال الحاسبة في المدرسة فإننا لا نستطيع منعها خارج المدرسة، وهنا يبرز دور الأسرة بهذا الموضوع. أما الطريق الثاني فقد أخفقت فيه بعض الدول مثل بريطانيا برغم التحفظات والتحديدات التي وضعت عند استعمال الآلة الحاسبة، إذ أنه من الصعب جداً التوفيق بين استعمالها والتحفظ عليها، كما أن هناك بعض البلدان من ترك الحرية للتلميذ لاختيار طريقة الحساب الملائمة له من الطرق الثلاثة:الحساب العقلي، الورق والقلم، الحاسبة. وإذا كان المجلس القومي لمدرسي

الرياضيات في الولايات المتحدة (NCTM) طالب عام ١٩٧٦م أن يتم تصميم تقييم التلميذ والاختبارات العامة، تصميماً يسمح باستخدام الحاسبة، فإنه قد يكون الأمر على النقيض وذلك أن يتم تصميم ووضع التمارين والمسائل سواء في الكتب المدرسية والاختبارات بصورة لا تسمح باستعمال الحاسبة خاصة في المراحل الأولى، وذلك عن طريق التخفيف من الأرقام الكبيرة والمعقدة، إضافة إلى ذلك فإن كثرة الواجبات المنزلية وطولها ترهق التلميذ وقد تدفعه إلى أن يعتمد على الحاسبة في تنفيذها.

وأخيراً، يبدو أن ثمة إجماعاً على التركيز على قدرة التلاميذ من التمكن من الأساسيات باستعمال الحساب العقلي والورق والقلم.

المصادر

(١) صحيفة تشرين، بتاريخ ١٩٩٨/٣/٢٢، العدد ٧٠٦٤.

(2) Foxman ,D. and G. Duffin,(1997)" Who is Sensible about Calculators ? ",British Society for Research into Learning Mathematics,U. K.

(٣) مراد جرداق (١٩٨٣)، " تقنية التعليم وأثرها في تطوير مناهج الرياضيات في البلاد العربية"، البرنامج الريادي لتطوير تدريس الرياضيات في الوطن العربي، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس.

(٤) عبد الله عبد الرحمن المقوشي (١٩٨٤)، " الحاسبات اليدوية كوسيلة لتشجيع تلاميذ المرحلتين الابتدائية والمتوسطة على اكتساب المهارات الحسابية"، مجلة دراسات تربوية، كلية التربية، جامعة الملك سعود، المجلد

الأول، الرياض.

(5) Department of Education and Science (1989)," Mathematics from 5 to 16", Second Edition, HMSO, London.

(٦) جيفـــري هوســـون، وبـــراين ويلســـون (١٩٩٢)، "الرياضــيات المدرســية فــي التســعينات"، ترجمــة خضــر الأحمـد، وموفـق دعبـول، مؤسسـة الكويـت للتقـدم العلمـي، الكويت.

(٧) رمضــان صــالح رمضــان عبـد الله (١٩٩٢)، " بعـض المتغيرات المرتبطة بمهارات الحساب العقلي (الذهني) لدى طلاب المرحلتين الإعدادية والثانوية وكلية التربية"، المجلة العربيــة للتربيــة، المجلـد الثــاني عشــر، العـدد الثــاني، ديسمبر، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم، تونس.

(8) Rily,R. W. (1998)," The State of Mathematics Education: Building A Strong Foundation for The 21 St Century ", Notices , Vol. 45,No. 4 ,American Mathematical Society.

(9) Gutton,B. M. (1997). " Shougd Nurses Carry Calculator", Adult Learning Mathematics-4,Gold Smiths University of London.

(١٠) توصــيات المــؤتمر التربــوي الثــاني لتطــوير التعلــيم (١٩٩٨)، مجلــة بنــاة الأجيــال، الســنة الســابعة، العــد السادس والعشرون، دمشق.

(١١) كــاي (١٩٩٦)، " الحواســيب والشــبكات"، مجلــة

العلوم، المجلد ١٢، العددان ٧، ٨.

دور الأسرة في تعليم
الأطفـال مـادة الرياضيات [*]

الأسرة هي الأساس التي يمكن، بل ينبغي، أن تُبنى عليها التربية السليمة. فالأب أو الأم (أو ولي الأمر) هو المعلم الأول للطفل، الذي يساعد على التعلم، حيث أظهرت العديد من الدراسات، أن لبيئة المنزل تأثيراً فعالا على ما يتعلمه الأطفال داخل المدرسة وخارجها وبوجه خاص في الأعوام الستة الأولى في حياتهم وأثناء الأعوام الاثني عشرة للتعليم. ومن الأسباب الرئيسية التي تجعل من تأثير الأسرة كبيراً جداً، من الطفولة المبكرة حتى العمر ١٨ سنة، هو أن الأطفال يقضون ٩٢ ٪ من وقتهم تقريباً خارج المدرسة، تحت تأثير أسرهم [1]. ومن هذا المنطلق فإن مشاركة الأبوين ودعمهم من الأمور الهامة في تربية الأطفال، كما ومن حق هؤلاء الأطفال علينا أن نوفر لهم الوسائل والإمكانات الضرورية لتربيتهم ورعايتهم وأن نتيح لهم الفرص الملائمة للعب والتعلم والنماء، وأن نساعدهم على النضج من خلال توسيع مداركهم وإكسابهم خبرات جديدة. لذلك فدور الأبوين يُعد أمراً ذا أهمية بالغة، هذا ما تعلمناه من ديننا الحنيف، كما جاء في القرآن الكريم بقوله تعالى ((وقل ربي ارحمهما كما ربياني صغيرا)) (الإسراء ٢٤).

غير إن هذه المشاركة والرعاية في تربية الأطفال تميل إلى التناقص والضعف مع تزايد أعمارهم. وقد أثبتت الدراسات النظرية والميدانية المعاصرة المعينة بتفسير طبيعة عملية النمو العقلي لدى الطفل، أن هذه العملية تمر بسلسلة من

---

[*] نُشِرَ هذا المقال في مجلة ((بناة الأجيال))، دمشق، العدد (٤٨) صيف ٢٠٠٣.

المراحل المتعاقبة التي تتميز كل منها بخصائص معينة.

فلا بد ـ والحالة هذه ـ من أن تؤخذ تلك الخصائص بنظر الاعتبار عند التعامل مع الطفل في كل مرحلة من تلك المراحل[2]. ومن العوامل التي تؤثر في عملية النمو العقلي لدى الطفل امتلاك الأطفال الأدوات المادية والفكرية المتوافرة في الأسرة التي ينشؤون بها واستيعابهم قسماً كبيراً من المعارف والخبرات بالتخالط مع الكبار من خلال تنفيذ متطلباتهم ونصائحهم وإرشاداتهم وكذلك ممارسة الألعاب والرسم والتركيب، إضافة إلى الموقف المعين الذي يتخذه الطفل من عالم الناس وعالم الأشياء الذي يتكون لديه منذ نعومة أظافره. لذلك يمكن للأسرة أن تساهم في تأسيس بيئات تعلم في المنزل تعزز قدرات الطفل فتشارك في تعلم الرياضيات، الأمر الذي يؤدي إلى تشجيع التفكير، وتقييم الأعمال الفردية ودعم الاكتشاف. غير أن هذه المادة التعليمة التي تعد خبرة متعددة الحواس، خاصة في المراحل الأولى من العمر، تتطلب من الأسرة أن تمتلك الحد الأدنى من ثقافة الرياضيات، إذ أن الإحاطة بالمفاهيم الرياضية وبالعمليات الحسابية، وحل المشكلات شيء ضروري، لكل إنسان متعلم. وفي هذا المقام يقول عالم الرياضيات الأمريكي سيمور بابرت (Seymour Papert) يجب أن تكون الأسرة مثقفة رياضياً. . وكذلك يرى أن الأطفال الذين يفشلون في الرياضيات يأتون عادة من بيئات لا يتحدث فيها الكبار عن الرياضيات إلا قليلاً، وبذلك يأتون للمدرسة وهم فاقدوا أساسيات التعلم الضرورية للرياضيات، لتيسير تعلمها في المدرسة. فالأطفال الذين نشؤوا على حب الرياضيات وتقبلها، قادرون على التقاط بذور الثقافة الرياضية من المعلمين. وليس المقصود معرفتهم حل المعادلات وإنما تميزهم بطريقة التفكير التي تظهر في منطق مناقشتهم[3].
ولابد أن نشير هنا أن بعض الأطفال تتكون لديهم رهبة من

الرياضيات ومشاعر سلبية اتجاهها. ويعتقدون أنهم غير أكفاء فيها بسبب صعوبتها أما أسباب ذلك عديدة، منها ما قد ينجم عما يطلق عليه " العدوى الاجتماعية "، أي انتقال هذه المشاعر من الآخرين... ومن المؤسف أن مثل هؤلاء الأطفال حين يكبرون ويُكّونون أسراً سينقلون هذه البذور الفكرية السلبية تجاه الرياضيات إلى أطفالهم[4].

التمهيد لتعلم الرياضيات

يبدأ الطفل، عادة، بتعلم المبادئ الأولية للرياضيات، باستخدام نشاطات مختلفة، اعتماداً على خبرات متعددة وعلى تفاعلاته الاجتماعية مع محيطه، من الاستماع والمشاهدة والاطلاع والتأمل المباشر واللمس والحوار والتساؤل، والمعالجة اليدوية، إلى التجريد وهو أعلى مراحل تعلم الرياضيات، غير أن ذلك يجري وفق مراحل متسلسلة متداخلة ومتشابكة في أحيان كثيرة. والجدير بالذكر هنا أن حاسة السمع تأتي دائماً متقدمة على حاسة البصر والحواس الأخرى، ويؤكد ذلك ما جاء في كل آيات القرآن الكريم التي ذكر فيها السمع والبصر، كقوله تعالى: {إن السمع والبصر والفؤاد كل أولئك كان عنه مسؤولا} (الإسراء٣٦).

ولذلك فإن معرفة الكبار المشرفين على تربية الطفل في الأسرة ومعرفة دقيقة وعلمية لخصائص الطفل في كل مرحلة من مراحل نموه العقلي، قضية ذات أهمية كبيرة من الناحية التربوية[5]. ومن المعروف أن الأسس العامة لتكوين مفاهيم الرياضيات عند الأطفال، تنشأ في الأعوام الأولى من حياتهم، إذ يقوم تعلم الرياضيات على حب الاستطلاع والإثارة، ويتطور بصورة طبيعية من خبراتهم المكتسبة وممارساتهم اليومية وهذا يعني أن لدى الأطفال، في هذه

الفترة، رغبة فطرية للتعلم، غير أنها بحاجة للرعاية والدعم اللازمين، ومن هذا المنطلق فإن الرياضيات، إذا ما أُحسن ربطها بعالم الطفل، يكون أكثر، استعدادا للدخول إلى المدرسة و يؤدي هذا الربط إلى التسريع في فهم المبادئ الأولية للرياضيات. ولذلك فأن الخبرات الرياضية الملائمة تهيئ الأطفال لاستكشاف الأفكار المتصلة بالأنماط والأشكال والأعداد والفضاء كلما ازدادت تعقيداً. يؤكد ذلك تقرير المجلس الوطني لمدرسي الرياضيات في الولايات المتحدة: على أن المبدأ العام، هو أن جميع الأطفال يمكنهم تعلم الرياضيات عند كل الأعمار، والعديد من المفاهيم الرياضية، تنشأ قبل الدخول إلى المدرسة، على الأقل في البدايات الحدسية. على سبيل المثال، يتعرف الأطفال ويميزون بصورة تلقائية أعداداً صغيرة لبعض الأشياء، والعديد منهم يحرز معرفة رياضية أساسية غير مدرسية. ولذا نراهم يستعملون أفكار رياضية في الحياة اليومية [6]، فمثلا الطفل من خلال مشاهده لأبواب ونوافذ المساكن يمكن أن يكوّن مفاهيم الأشكال الهندسية وذلك عن طريق الربط بينها و بين الأسماء التي نطلق عليها. كما نشير هنا إلى أن الكثير من علماء التربية، يؤكدون على أهمية الخبرات الملموسة والمعالجات اليدوية، فالأطفال دوماً في حاجة إلى تمثيلات حية محسوسة. إذن من خلال العناية الدقيقة بالمراقبة والمحادثة والتوجيه، يمكن للكبار مساعدة أطفالهم في تكوين صلة بين الرياضيات في الحالات المألوفة والجديدة. وبسبب أن الأطفال يكوّنون ميلاً نحو الرياضيات من خبراتهم المبكرة، فإن فرص التعلم ينبغي أن تكون إيجابية ومدعومة. كما ينبغي أن يتعلم الأطفال الثقة بقدراتهم الخاصة من أجل تكوين معنى للرياضيات. ومن هذا المنطلق فإن اهتمامات الأطفال ونشاطاتهم اليومية تعد أدوات طبيعية لتطور التفكير الرياضي لديهم. وفي هذا المضمار يؤكد عالم

النفس السويسري بياجيه أن تحضير الطفل لتعليم الرياضيات ينبغي أن يبدأ بسلسلة من الأعمال اليدوية تنصب على المجموعات المنطقية والعددية، وعلى الأطوال والمسافات، الخ [7]. ولا بد من الإشارة هنا إلى أن تعامل الطفل مع الأعمال الملموسة، ينبغي أن لا يستمر طويلاً، كي لا يعيق ذلك نمو عملية التفكير المجرد في المراحل اللاحقة من حياة الطفل. وثمة ناحية أخرى ينبغي التوقف عندها، وهي أن بعض الأطفال قد ينجحون في حل مسائل رياضية دون استيعاب المفاهيم التي تتضمنها، وعند ذلك يعتقد العديد من الآباء أن أطفالهم أمهر مما هم في الواقع ويمكنهم أن ينتظروا منهم الكثير[8].

شراكة الأسرة في تعليم الرياضيات لأطفالهم

وتشمل كل نشاط يعزز وينمي قدراتهم العقلية لاستيعاب الرياضيات وبأكبر قدر ممكن. وهذا يتطلب توفير بيئة تعليمية منزلية ثرية مجدية مستقرة، وقضاء وقت مفيد مع الأطفال، ومتابعة أعمالهم المدرسية، ومراقبة كيفية قضاء الأطفال أوقاتهم والتأثير عليها. غير أن العديد من الأسر عادة ما تتساءل عما يمكن أن تفعله في المنزل لمساعدة أطفالهم في هذا المضمار. ثمة العديد من النشاطات. يمكن أن تتم في المنزل سنذكر بعضاً منها.

استماع الأطفال العفوي

إن الأطفال بحاجة لمقدمات أو مداخل إلى لغة الرياضيات ومصطلحاتها، وبذات الوقت الحفاظ على صلة مع معرفتهم ولغتهم غير النظامية. ومن هذا المنطلق، فإنهم في وضع يتعين عليهم سماع لغة الرياضيات داخل الأسرة أو المنزل، وهي تستعمل في سياقات ذات معنى، بصورة عفوية. فمن المعروف أن مصطلحات الرياضيات موجودة في الحديث

اليومي للأهل. ففي كل يوم وفي كل وقت، يقول أحدهم: " أكثر من " أو " أقل من"، وهذا جزء من تعلم الحساب، ويفاوض الآباء أطفالهم كأن يقولوا: " إذا تناولت في العشاء ملعقتين أكثر، بإمكانك أن تأخذ قطعة حلوى " كما يتعلم الأطفال، الأرقام من خلال الاستماع لأهلهم وهم يعدون الأشياء، كعد الأصابع أو درجات السلم على نحو متكرر[9]، أو أن يطلب أحد الوالدين من الطفل الحصول على عدد من الشوكات بنفس عدد الملاعق، أو يشير إلى أن الأخ الأكبر يمكن أن يكون أطول منه، إلا أن هذا الأخ قد يكون أقصر من أخته. أو عندما يمسك أحد الأهل قطعاً من الحلوى بأيديهم ويقولون " هذه قطعتان_واحد، اثنان ". أو عند قولهم " هذا ثقب كبير "، " دعنا نضع الألعاب في علبة كبيرة "، " وهذه قطعة حبل طويلة ".

القيام بنشاطات متنوعة

ينبغي للأهل مساعدة الأطفال عند البدء في فهم خصائص الأشياء، وذلك بالنظر إليها ولمسها ومقارنتها والتعرف عليها، والقيام بأعمال لحالات واقعية، واستنتاج بعض المفاهيم والمعلومات المرتبطة بالمظاهر البيئية المحيطة بالطفل، مثلاً، عندما يذهب أولياء الأمور للتسوق، يمكن للأطفال القيام بوزن وقياس بعض الأشياء، و جمع تكاليف المواد وعد النقود، كما يمكن مساعدتهم في التعرف على بعض المجسمات ذات الشكل الأسطواني كعلبة السمن، وذات شكل متوازي مستطيلات كعلبة المناديل الورقية، أو ذات شكل مخروطي مثل أحد أنواع " آيس كريم " كما يمكن الطلب من الأطفال التعرف على الوقت، إضافة إلى استعمال المجلات أو الصحف لإيجاد أوقات بعض البرامج المفيدة في الإذاعتين المسموعة والمرئية. والطلب منهم أيضاً التعرف على أرقام السيارات، وإشارات المرور (التي على شكل

مثلث أو مربع أو دائرة أو مستطيل)، والطلب منهم التأكد من كمية البترول التي يضعها الأب في السيارة. . وكم عدد السكاكين والشوكات التي تحتاجها الأسرة على طاولة الطعام. وكم عدد الناس الواقفين لدفع النقود عند التسوق، والتحدث عن أشكال الأشياء، والبحث عن الأعداد في الكتب والمجلات أو عندما يختار الطفل الصغير، كيف تقطع الفطائر، في قطع ذات أشكال مثلثيه أو مستطيلة أو مربعة. ويمكن الطلب من الأطفال النظر إلى كومات من الأشياء وتحديد أيتها أكبر حجماً، أو تحديد أي من الأشياء أكثر وزناً وذلك بحملها باليد. وتنمو الأفكار الرياضية أيضاً عندما يعد الأطفال الخطوات إلى غرفته أو عندما يعد مدخراته. ويمكن المساعدة في تعلم مبادئ الرياضيات بالحديث للأطفال عن الرياضيات التي يستعملها أولياء الأمور كل يوم.. وبعض الأحيان _حتى أكثر أهمية_ أن نسمع وندعهم يوضحون ما يفعلونه ولماذا يفعلوا ذلك فيما يتصل بالرياضيات، ومساعدتهم في تعلم جدول الضرب، وتشجيعهم على إجراء عمليات التضعيف والتصنيف، والعد ثلاثات وأربعات، وهكذا...

كما أن التحدث مع الأطفال عما يفعلونه في المدرسة يعد أمراً ذا قيمة كبيرة، إذ أن الطفل عندما يعود إلى المنزل يشعر باهتمام والديه من سؤالهم " ماذا فعلت اليوم " وما إلى ذلك [10]. كما ينبغي أن ندع الطفل يعبر عن ما في داخله من أفكار ودوافع ثم نلفت نظره وانتباهه إلى ما يفعله وما يحتاج إليه عن طريق الأسئلة والاقتراحات.

توفير بيئة منزلية ثرية

يستطيع الآباء أن يجعلوا منازلهم غنية بالفرص التعليمية لأطفالهم، بأشكال عديدة، كتزيين حجرة الطفل باللوحات

والصور والأرقام والأشكال، الخ، التي تمثل مثيرات بصرية وبيئة تعليمية مرحة. إضافة إلى توفير الأشكال والمواد التي يستطيع الأطفال التلاعب بها والتحكم بها[11]. لذا فإنه من المفيد للكبار أن يوفروا في المنزل الكتب والقصص التي تحوي الأرقام والأشكال والأنماط والاتجاهات مثل: أعلى، أسفل، داخل، خارج. أو ألعاب ذهنية وتركيبية وغيرها من الألعاب المفيدة. هذا من ناحية و من ناحية أخرى ينبغي توفير بيئة منزلية تساعد الأطفال على الإثارة الفكرية والحفز وحب الاستطلاع والتساؤل والاهتمام بأسئلتهم ومشاعرهم، وإظهار الفخر بإنجازاتهم المدرسية عن طريق التشجيع والمكافأة. كما ينبغي توفير المواد الأساسية لصنع نماذج ومجسمات وصور تخص الرياضيات.

تعلم العلاقات الرياضية

ثمة العديد من النشاطات والأعمال، تساعد الأطفال في فهم تشكيلة واسعة من الأفكار والعلاقات والمفاهيم الرياضية. فالأطفال بحاجة إلى أشياء لعدها وتصنيفها ومقارنتها وربطها ووضعها معاً والمشاركة فيها. . لذلك فإن التعرف والمقارنة وتحليل الأنماط والتصنيف والترتيب باستعمال لغة الرياضيات مثل الأطول، الأقصر، أعلى، أسفل، فوق، بين، بجانب، الخ. هي مكونات هامة للتطور الفكري لدى الأطفال. ولابد من أن نشير هنا أنه قد توجهت الآراء التربوية الجديدة إلى صياغة جديدة لتعليم مهارات العد.... فقد تحول التركيز من الأرقام باتجاه العلاقات المنطقية واللغة الرياضية، وتحول الحساب من مجرد إجراء يقوم به الطفل في المدرسة إلى قياس يقوم به لقياس الغرف والمقاعد ليقارن ظواهر عديدة اكتشفها من تلقاء ذاته. ومع ذلك فالطفل بحاجة إلى التوجيه والمساعدة في فهم هذه الأفكار... والمهم قبل كل

شيء، اتجاه الطفل نحو الحساب وإن يراه شيئاً ممتعاً مسلياً وليس صعباً جداً [12]. لذلك فإن إجراء قياسات مختلفة يوفر فرص حقيقية لممارسة الأعداد والمهارات الأخرى في الرياضيات. والأطفال الذين لديهم خبرة واسعة ومتنوعة في القياس غالباً ما يعطون تقديرات معقولة.

ويمكن للوالدين أن يجعلوا الطفل القيام بعمليات مقارنة وتصنيف وترتيب تسلسلي للأشياء الملموسة، كترتيب حزمة من العصي من الأقصر إلى الأطول، أو تصنيف مجموعة من عشرة أحجار، مثلاً، بعضها كبير وبعضها صغير، وأن يجعلوا الطفل يصنفها في مجموعتين وبعد ذلك في ثلاث مجموعات حسب حجمها، وأن يعد جميع الأحجار ثم يقوم بمحاولة عد الأحجار في كل كومة من الكومتين أو الكومات الثلاث. ولابد أن نبين، أن التصنيف يتم وفقاً للون أو الشكل أو الطول أو المساحة أو الحجم أو الخواص المشتركة أو غيرها.

فعندما تقوم الأم بوضع فناجين القهوة مع بعضها في الخزانة، والصحون الصغيرة مع بعضها، والأطباق الكبيرة معاً، والملاعق والشوك، تكون قد صنفت الأدوات التي غسلتها الليلة البارحة.

فإذا ما شاهدتها ابنتها ذات الثلاث أو الأربع سنوات، وتناولت ملعقة نسيتها أمها.. وأضافتها إلى الملاعق الأخرى، تكون هذه الابنة قد فهمت التصنيف بشكل أو بآخر[13]. كما أنه بمساعدة المقارنة يقام التشابه والاختلاف بين مختلف العناصر، ويقوم الترتيب على المقارنة.

ومن المهارات الأخرى في هذا المجال، التناظر الأحادي بين عناصر مجموعتين من الأشياء دون العد، مثلاً مطابقة الأغطية مع لعبها، أو توزيع مجموعة من الكرات على مجموعة من الدمى بواقع كرة لكل دمية. وقد توضع على

شكل هندسي يقوم الطفل فيه بتوصيل خط ما بين كل دمية وكرة. وكذلك مساعدة الطفل في مهارة التعرف على الأشكال الهندسية، كالدوائر والمربعات والمثلثات وغيرها. لذا يمكن للكبار أن يرسموا هذه الأشكال على ورقة وتوجيه أسئلة للطفل، عن ماهية هذه الأشكال. بعد ذلك تدريبه على الإمساك بالقلم ورسم خط مستقيم أو شكلاً هندسياً. ويمكن أن يقوم الطفل بتكوين الأنماط والأشكال باستخدام مواد، مثل الأوتاد ولوحة الأوتاد، وإنشاء كتل مستطيلة مثلاً، وإنشاء أشكال هندسية.

أهمية الألعاب في تعلم الرياضيات

لقد ذكرنا الألعاب سابقاً، وسنبين أهميتها وأنواعها، في تعلم الرياضيات. فاللعب هو عمل الأطفال الدؤوب، لذلك فعندما يوجه الكبار أطفالهم نحو الرياضيات التي سيستعملونها في ألعابهم فإنهم بهذه الحالة يدعمون تطور مفاهيم الرياضيات عند هؤلاء الأطفال، إضافةً إلى تحديدهم في حل المشكلات وتشجيع مثابرتهم واجتهادهم. لذلك ينبغي أن يكون جو المنزل مفعم بالنشاط والحركة، هذا يعني أنّ الطفل يجب ألا يترك في موقف سلبي، بل عليه أن يتحرك كي يتعلم. ولا بد لنا هنا من تحديد معنى اللعبة المتصلة بالرياضيات، فيعرّف بل(Bell)، اللعبة الرياضية على أنها وسيلة لعمل ممتع لها أهداف رياضية معرفية معينة قابلة للقياس وأهداف رياضية وجدانية محدودة يمكن مشاهدتها[14]. والألعاب متنوعة وتتبع المرحلة التي يمر بها الطفل. فمثلاً الطفل الذي يلعب بأشياء يصنفها ويرتبها ويوزعها إلى محتويات، هو في الحقيقة يعمل على بناء مفاهيم العدد المختلفة وعلاقاته، والطفل الذي يلعب بنماذج لأشكال هندسية، هو في الحقيقة يعمل على بناء مفاهيم هندسية. ويمكن للآباء والأمهات أن

يقدموا للأطفال أنشطة لعب حرة يحاولون من خلالها أن ينمو لدى الطفل خواص الثبات والعمليات العكسية مثل اللعب بالرمل والماء وتعبئة وتوزيع أشياء مثل جردل.... كوب... كرة الخ[15]. لذلك فإن أسس الرياضيات تمهد حين يلعب الأطفال بالرمل ويكونون شوارع وبنايات أو إنشاء مبنى صغير من علب فارغة. وثمة ألعاب أخرى عديدة مفيدة، مثل "أفاعي وسلالم " وألعاب التدريب على الأرقام والحروف، والمكعبات الخشبية، والقطع التركيبية، التي يتعين على الطفل أن يرتبها بحيث تشكل أشكالاً هندسية أو أي شيء آخر. ومن الألعاب الأخرى، الألغاز والعبارات الناقصة، والبحث عن أنماط أو قواعد، وتكملة سلسلة من الأعداد، وألعاب التخمين، والكلمات المتقاطعة، وتصنيف المواضيع المصورة على البطاقات، وتمييزها. إذن لُعب الأطفال ظاهرة نفسية اجتماعية ذات أهمية كبيرة في حياتهم الحاضرة بالدرجة الأولى والأهم، ولها أيضاً آثاراً عميقة إيجابية في تكوين قدرات الطفل العقلية (الانتباه، التفكير، التذكر، الخيال،... وغيرها).

فالطفل يكون أثناء اللعب أكثر جدية واهتماماً منه في المجالات الأخرى[16]. ويؤكد ذلك عالم النفس الروسي فيكوتسكي بقوله "يكون الطفل خلال اللعب على الدوام أعلى من متوسط عمره، وأرفع من سلوكه اليومي المألوف"[17].

وتعد أفضل ألعاب الأطفال هي التي توفر للطفل فرص الاكتشاف وتثير لديه حب الاستطلاع الفكري والتساؤل والتحري والخيال والتأمل العميق في مغزاها الدلالي والضمني. ونشير هنا إلى أن الأهداف الوجدانية للألعاب، وهي الحصول على المتعة والإشباع تأتي في مقدمة أهداف استخدام الألعاب، من حيث أنها تزيد دافعية الطفل للأهداف الأخرى بنفس الوقت هي وسائل مسلية وممتعة. ومما تقدم، لابد من تنظيم ظاهرة اللعب عند الطفل منذ سن مبكرة

والانتفاع بـها أسلوباً في التعليم والتعلم في البيت.

وتلعب الأسرة هنا دوراً فعالاً في تدريب طفلها على أهمية عملية التنسيق والترابط في الأعمال والألعاب التي يقوم بـها وتساعده على معرفة ألعابه من خلال الشكل واللون وذلك عن طريق تقديم بعض المشكلات البسيطة التي تتضمن مثلاً، عملية اختيار أشياء معينة وإحضارها أمام الأسرة.

وسائل توجيه ومساعدة

تعد الواجبات المنزلية أحد الطرائق الكثيرة التي يمكن أن، يساعد بـها الوالدين أطفالهم في تكوين ثقة لديهم تجاه الرياضيات، أضف إلى ذلك أنهم يساعدونهم على تنمية أخلاقيات عمل جيدة وشعور بالانضباط، وعلى الرغم من أن ثمة وقتاً كافياً كي يقوم الأطفال، بحل الوظائف اعتماداً على أنفسهم، لكنهم يبقوا بحاجة للتحدث إلى الوالدين أو غيرهم من أفراد الأسرة، عن كيفية حل بعض المسائل والتمارين. كما يمكن مساعدتهم في جمع بعض الصور والأشكال والقيام ببعض الوسائل التعليمية، أو مساعدتهم في التحضير للدروس القادمة.

و من الأمور التي قد تثير انتباه أولياء الأمور هي كيفية إجراء الأطفال لبعض الحسابات، وأول سؤال يوجهه هؤلاء الأطفال للوالدين هو هل يمكننا إجراء المزيد من الحسابات بالذهن؟ وكما هو متبع فإن المعلم (أو المعلمة) يرغب بالتأكيد أن الأطفال الذين أعمارهم بين الخامسة والثامنة على الأقل، يجرون العديد من الحسابات ذهنياً، إلا إذا كانت الأرقام كبيرة جداً. لذا ينبغي أن يشجع الآباء الأطفال على إجراء العديد من الحسابات ذهنياً. ويمكن أن يرى الآباء في كتب الرياضيات طرائقاً وأساليباً مختلفة للجمع والطرح،

غير الطرق العمودية المألوفة. فإذا كان الآباء لا يدركون هذه الطرائق، فينبغي أن لا يصروا على أطفالهم بإجراء الحسابات بالطريقة التي كانوا يفعلونها سابقاً. فالمطلوب إذن هو التحدث مع الأطفال والطلب منهم شرح الطرق والأساليب التي يستخدمونها في المدرسة.

ومن الطرق التي يستخدمها الأطفال لإجراء الحسابات، هي العد على الأصابع، لذلك ينبغي من الكبار أن لا يمنعوا الأطفال من استخدام هذه الطريقة، بل أن يشجعونهم عليها، خاصة في السنوات الأولى من العمر، وأن ندع الأطفال يختارون الطريقة المناسبة والأسرع التي بمقدورهم تنفيذها بدقة، سواء كانت اعتماداً على الذاكرة أو العد بالأصابع، أو الورقة والقلم. لذلك فإن من الأمور التي تثير الارتباك لدى الطفل في المدرسة، هي أن بعض الأسر تعلم أطفالها في المنزل بطريقة تتناقض مع الطريقة المتبعة في المدرسة، لذا ينبغي أن تكون كلا الطريقتين منسجمتين ومتكاملتين. كذلك قد يتخذ الآباء في أحيان كثيرة مواقفاً متطرفة، كأن يسرعون إلى تعليم أولادهم وهم في الثانية أو الثالثة من العمر، الحروف الأبجدية والحساب... فينبغي الامتناع عن ذلك، لأن تطوير إحدى الكفاءات قبل الأوان يؤدي بصورة محتومة إلى الإضرار بالكفاءات الأخرى، ولا يسهل تعويض ما فات في السن المبكرة[18].

الخاتمـــة

إن تربية الأطفال وتعليمهم ليست مساهمة من الأسرة فحسب، بل تكون وحدة لا تتجزأ مع الطرف الآخر، المدرسة. فكلا الطرفين ملتزمين بالتفاعل المستمر مع المجتمع المحيط، وهما في الوقت نفسه، أكثر تأثيراً على الطفل. وحينما تكون تأثيرات أحد هذين الطرفين غير

ملائمـة، يكـون الطفـل هـو الخاسـر. فالتربيـة والتعلـيم، إذن مسؤولية الجميع. ومن هذا المنطلق لابد أن نكفل لكل طفل نمـواً كـاملاً لوظائفــه العقليــة واكتســاباً للمعــارف والقــيم الأخلاقية والدينية. . وحيث أن الأطفال يكتسبون كثيراً من اتجاهاتهم وقيمهم من الأسرة فإن القيمة التي توليها الأسرة للتعليم يمكن أن تؤثر في اتجاهات الأطفال نحو المدرسة، وفي هذه الحالة لا بد من تدخل الأهل في مواضع كثيرة تخص الرياضيات نذكر منها، لما له صلة في المراحل الأولى من عمر الطفل.

- ينبغي أن تكون مساهمة الأطفال في تعلم الرياضيات كمشاركين باستمرار، وليس كمتفرجين. أي ممارستهم العمل، واللعب، والتساؤل، الخ. لأن في الممارسة لا يغير الأطفال الأشياء فحسب، بل يغيرون أنفسهم أيضاً.

- إن بعض الأفكار الرياضية تنمو وتتطور لدى الأطفال، باعتبارهم انعكاساً لأوضاع تثير الفضول وحب الاستطلاع، الناجمة عن أعمال الأسرة.

- إن المهارات الحسابية التقليدية، تحدث أثناء عملية ردود أفعال لأوضاع يقوم بها الأهل، وليس فقط في مهارات صماء، أي استظهار دون فهم.

- إن التعويل على اللغة ينبغي تقليله في السنوات الأولى للطفل، لإتاحة الفرصة أمام نمو المفاهيم الرياضية البسيطة فقط، التي تبدو معقدة عند توضيحها بالكلمات.

- تنمية مهارات المنطق والتفكير الحدسي والخيال بصورة غير مباشرة، من خلال حالات اللعب والقصص التي تتضمن خصائص مصورة لعلاقات حسابية وهندسية.

- إن العديد من جوانب الرياضيات، تعزز أحدهما الأخرى، مثلاً الحساب والهندسة تتداخل وتفسر إحداهما الأخرى.

إذن، يمكن القول أن ممارسات الأسرة وطبيعة حياتها، أو ما يطلق عليها المنهاج المنزلي تساهم إلى حد كبير في نجاح الطفل في تعلم الرياضيات المدرسية (وكذلك المواد الأخرى)، هذه المادة التي يرا ها كثيرون، شاقة و صعبة الفهم.

المصادر

(1) Walberg , H. J. & S. J. Paik (2000) , " Effective Educational practices" , IBE, UNESCO, Geneva. p. 7.

(٢) نوري جعفر، (١٩٨٧) " آراء حديثة في تفسير نمو الطفل وتربيته "، دار ثقافة الأطفال، بغداد، ص ٣٧.

(٣) جوان فريمان، (١٩٩٨) " التربية الأساسية النخبة: تطور الكفاءات "، ترجمة صالحة سنقر، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف، دمشق، ص ٨٨.

(٤) المصدر السابق، ص ٨٨.

(٥) نوري جعفر، مصدر سابق، ص ٤٤.

(6) NCTM (2000) " Principles and Standards for School Mathematics " , Reston , VA, P. 73.

(٧) جان بياجيه، (بدون تاريخ)، " حق الناس في التربية والتعليم في العالم الحاضر "، اليونسكو، باريس والقاهرة، ص ٣٤.

(٨) جوان فريمان، مصدر سابق، ص ٨٨.

(٩) جوان فريمان، مصدر سابق، ص ٨٧_٨٨.

(١٠) دونـا أوتشـيدا وآخـرون (١٩٩٨) " إعـداد التلاميـذ للقرن الحادي والعشرين " ترجمة محمد نبيل نوفل، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف، دمشق، ص ٥٧.

(١١) المصدر السابق، ص ٥٨.

(١٢) جوان فريمان، مصدر سابق، ص ٨٧.

(١٣) محمد عودة الريماوي (١٩٩٨)، " في علم النفس للطفل " دار الشروق، عمان، ص ٢٠٤.

(١٤) فريـدريك هـ. بـل (١٩٨٦)، " طـرق تـدريس الرياضيات "، ج١، ترجمة محمد أمين المفتي وآخرون، الدار العربية للنشر والتوزيع، نيقوسيا، ص ١٠٨.

(١٥) المصدر السابق، ص ٨٦.

(١٦) نوري جعفر، مصدر سابق، ص ١١٦.

(١٧) ياكوف كولوميذسكي، (١٩٩٠) "الفرد والآخرون"، ترجمة موفق الدليمي، دار التقدم، موسكو، ص ١٥١.

(١٨) م. ستودينكين (١٩٨٥)، " صحة الأطفال " ط٣، دار مير، موسكو، ص ٩.

الرياضيات الشعبية ومضامينها التربوية(*)

بدأ علماء الرياضيات التربوية، في الأعوام الأخيرة، الاهتمام بالرياضيات الشعبية[١] (Ethnomathematics)، وتعني الرياضيات التي يتعلمها أو يكتسبها الفرد من بيئته الاجتماعية الثقافية، وهي الرياضيات الخاصة بشعب أو سلالة أو جنس أو عرق بشري، التي تُؤدى بأوضاع ثقافية مختلفة، من خلال استعمال ممارسات، اكتسبت وتطورت ونقلت خلال أجيال متعاقبة، وتختلف في أغلب الأحيان بأساليبها المتنوعة عما يتم تعلمه في الرياضيات المدرسية. وتتمثل الرياضيات الشعبية بكل الممارسات الطبيعية الرياضية، مثل: الترتيب، والتصنيف، والعد، والقياس، والمقارنة وتحديد المقادير، والتعامل مع الاتجاهات المكانية، وإدراك الزمن، وتخطيط الأنشطة، والتفكير المنطقي، وربط الأحداث والأشياء بعضها البعض، والاستدلال، وهكذا.

ومع أن هذه نشاطات رياضية إلا أن الأدوات قد لا تكون أدوات رياضية بشكل صريح. وكمثال على الرياضيات الشعبية، دراسة الظواهر السماوية من خلال علم الفلك اعتماداً على العين المجردة. وعلاقة ذلك بحساب الوقت، والتقويم، والهندسة، والتوجيه، والملاحة، والفصول وغيرها. ومن هذا المنطلق فإن الرياضيات الشعبية تعني كل الرياضيات التي يحتاجها الناس ويستخدمونها في حياتهم اليومية. ولابد من الإشارة إلى أنه قد تم التعرف، من خلال أعمال علماء علم الإنسان (Anthropologists)، منذ بداية هذا القرن، ومؤخراً من قبل علماء النفس وعلماء الاجتماع، على طرائق مختلفة من العد والقياس، وحتى

(*) نُشر هذا المقال في مجلة ((القافلة))، العدد ١، المجلد ٤٧، ١٩٩٨م .

التصنيف والاستنتاج في ثقافات محلية في كافة أرجاء العالم.

ظهور مفهوم الرياضيات الشعبية

بدأ استعمال مفهوم الرياضيات الشعبية، كما ذكرنا، منذ أعوام قليلة، على أيدي أساتذة الرياضيات ومؤرخيها وعلمائها، ونشرت بحوث وكتب تحمل عنوان الرياضيات الشعبية. ويمكن اعتبار عام ١٩٨٤م، هو العام الذي ابتدأ فيه استعمال مصطلح الرياضيات الشعبية، وذلك عندما ألقى أحد أساتذة الرياضيات البرازيليين، وهو أبيراتون دامبروسيو (Ubirato D'Aambrosio)[٢] محاضرة افتتح بها المؤتمر العالمي الخامس للرياضيات التربوية في إديلايد في أستراليا، حين أثار انتباه المجتمع الواسع لأساتذة الرياضيات، للروابط القوية بين الرياضيات والبيئة الاجتماعية الثقافية الطبيعية، التي كانت تؤخذ في الحسبان سابقاً، وإن كانت بدرجة أقل كثيراً من التنظيم الداخلي للنظريات الرياضية ذاتها.

و في عام ١٩٨٥م تم تشكيل مجموعة دراسية عالمية حول الرياضيات الشعبية مُكوَّنة من ٣٠٠ عضو، وأصدرت هذه المجموعة نشرة إخبارية من ١٧ عدداً، كما وَضَعَت المجموعة الدوريتين الشهيرتين في الرياضيات، وهما Mathematical Reviews و Zent ralbatt Fur Mathematik، الرياضيات الشعبية، موضوعاً من ضمن تصنيفاتها للموضوعات التي تخص الرياضيات. كما أدخلت دورية البحث في الرياضيات التربوية، ودوريات أخرى، الرياضيات الشعبية كموضوع بحث فيها.

كما خصص المؤتمر العالمي السابع للرياضيات التربوية، عام ١٩٩٢م، جلسة من جلساته للرياضيات الشعبية. وعقد المؤتمر العالمي لتاريخ العلوم عام ١٩٩٣م في سراقوسيا

في أسبانيا، ندوة خاصة عن الرياضيات الشعبية، فضلاً عن نشر كتابين[٣] تحت العنوان نفسه، وهو الرياضيات الشعبية. الأول، عام ١٩٩٠ م ذلك بهدف وضع أسس نظرية للرياضيات الشعبية، وبتركيز خاص على القضايا التاريخية والمعرفية. والثاني عام ١٩٩١م، يعرض عدداً من الأفكار الرياضية التي تظهر في نظم ثقافية مختلفة لا تمتلك لغة مكتوبة. وتوفر التشكيلة الواسعة من الكتيبات- التي كتبها بولس قيردز(Paulus Gerdds) تحت عنوان عام ((الرياضيات الشعبية))، باللغة البرتغالية في موزمبيق، عن الممارسات الرياضية التاريخية والمعاصرة – مصدراً غنياً من المواد لهذا الموضوع، وإن كتاب الرياضيات المدرسية في التسعينيات يحوي فصلاً خاصاً للرياضيات الشعبية. بالإضافة إلى ذلك هناك الكثير من البحوث المنشورة عن طريق علماء النفس وعلماء الاجتماع والمؤرخين، وبالطبع علماء وأساتذة الرياضيات. كل ذلك يدعم ما يطلق عليه برنامج بحث في الأسس التاريخية والمعرفية للرياضيات بمضامين تربوية، وينبغي أن تفهم المضامين التربوية بمعناه الواسع للتدريس في كل المستويات والبحث في الرياضيات.

أهمية الرياضيات الشعبية

لقد ركز دامبروسيو والعلماء الآخرون المهتمون بالرياضيات الشعبية، على العلاقة بين الرياضيات والثقافة، وعلى فكرة أنّ الثقافات المختلفة لها مفاهيم مختلفة عن الرياضيات وقد اعتمدت هذه المفاهيم الرياضية على الأطفال، الذين ينمون في ظل ثقافة معينة. كما أن التعارض بين الرياضيات العفوية أو التلقائية والرياضيات المنهجية المقدمة في المدرسة، يخلق عقبات من الناحية النفسية. وأحد الحلول لإزالة هذه العقبات هو دمج أو توحيد الرياضيات التقليدية،

أي الرياضيات الشعبية في المنهج الدراسي، أي إيجاد أساس للرياضيات التربوية في العالم الخاص للتلميذ وخبراته، وكذلك استحداث أفكار رياضية من ذلك، وهذا يعني استخدام الواقع لدى التلميذ وما لديه من رياضيات كمواد وأسس لتطوير المعرفة الرياضية.

وتشير الدراسات إلى أن التحصيل الدراسي ومستواه في الرياضيات المدرسية، بدأ يتناقص في بعض البلدان المتقدمة في السنوات الثلاثين الأخيرة. وقد وجد التربويون، الذين درسوا التحصيل الدراسي في مجتمعات حضرية وريفية، أن أداء الأطفال يكون جيداً في حياتهم اليومية، بينما يكون ضعيفاً جداً في الرياضيات المدرسية. وعند ذلك بدأ هؤلاء التربويون بالنظر إلى ما يحيط الأطفال من ثقافة، باعتبارها عاملاً مؤثراً في تحصيلهم في الرياضيات المدرسية. وقد أدى ذلك إلى زيادة الأدلة، على أن القوة المعرفية وقدرات التعلم والمواقف تجاه التعلم، جميعها مرتبطة بالخلفية الثقافية، يضاف إلى ذلك، البعد الاجتماعي السياسي، الذي يخلق إعاقات تعليمية تؤثر بشكل خاص على الأطفال من الأقليات المحرومة.

وبينما يكون أداء هؤلاء الأطفال خارج البيئة المدرسية جيداً، يكون أداؤهم أقل في المدرسة، وهذا يكون صحيحاً للراشدين أيضاً. ويرى إيرنست (Ernest) أن أهمية الرياضيات الشعبية تتمثل في جانبين: الأول، أنها تمثل الأصول الثقافية للرياضيات الأكاديمية، ولذا يتضح أنها بناء إنساني. والثاني، أنها تبين أن الرياضيات ليست ميداناً وحيداً لعلماء أكاديميين معينين، وإنما تنشأ في كل الميادين البشرية. هذه هي المجالات ذات الأهمية التربوية، في التربية النظامية والشعبية، لتصحيح بعض المعتقدات حول الرياضيات.

المضامين التربوية للرياضيات الشعبية

تحـوي الرياضـيات، التـي يـأتي بهـا الطفـل لأول مـرة إلـى المدرسـة، عناصـر مـن الرياضـيات الشـعبية، إلا أن التعلـيم الابتدائي التقليدي يتجاهل هذه المعرفة على نحو واسعا، ويفتـرض أن كـل الرياضيات، التـي يعرفهـا الأطفـال هـي مـا تعلموه في المدرسة. غير أن السؤال هنا، كما جاء في كتاب "الرياضـيات المدرسـية فـي التسـعينيات"هو: هـل يجـب أن تُدخِل الرياضيات المدرسية في الحسبان معرفة الأطفال للرياضيات اللامدرسية؟ هناك خياران، الخيار الأول هو نعم، وعندها تكون النتائج: تَعزيزُ الثقة بالنفس واحترام القيم الثقافية، وجعلُ الأنشطة الرياضية تلقائية وأكثر فائدة لأغلبية الطلبة، وعلى المعلمين أن يكونوا واعين للخلفية الثقافية لتلاميذهم، ويجب أن يكون المعلمون مؤهلين مهنياً ونفسـياً للإصـغاء بدقـة إلـى طلبـتهم، وللسـماح لهـم بطـرح ومناقشة حلولهم الخاصة للمسائل قيد الدرس. ويجب أن يكون منهاج الرياضيات للمرحلة الابتدائية متمتعاً بقدر أكبر من المرونة، دون التضحية بقائمة مفصلة من الموضوعات والمهـارات، التـي يجـب تغطيتهـا فـي أوقـات معينـة. ومـن الواجب أن يترك للمعلِمين مجال للحركة، شأنهم في ذلك شأن واضعي مناهجهم. كما يجب أن تمد إليهم يد العون، خلال تـدريبهم لاسـتيعاب المبـادئ التـي اسـتند إليهـا وضـع هـذه المنـاهج. وأخيـراً سـتبرز الحاجـة لكتـب مدرسـية جديـدة، وأدوات تعليمية مساعدة، ذات توجهات، تدخل في حساباتها الرياضيات اللامدرسية.

أمـا الخيـار الثـاني، فهـو كـلا، وتكـون النتـائج هـي: تعزيـز الانقسام في عقل الطالب بين البيت والمدرسة، وعدم اكتراث بالقيم الثقافية، ويمكن للمعلمين أن يعلِّموا الرياضيات فعلياً دون أية معرفة جوهرية بالخلفيات الثقافية لتلاميذهم، وينظر

إلى الأنشطة الرياضية إجمالاً على أنها تتبع مسالك واحدة، يقوم المعلمون خلالها بتسيير الطلبة وفق متطلباتها، وذلك عبر تحديد مسبق لمناهج الرياضيات، بدءاً من المدرسة الابتدائية، وبذلك تكفي الكتب المدرسية التقليدية لتلبية الحاجات التربوية. وتظل هناك بالطبع مسألة الانتقال من الرياضيات الشعبية إلى الرياضيات المدرسية الرسمية. وهنا تبرز الحاجة لتدريب المعلمين على فن عملية تسهيل الانتقال هذه، بالاعتماد على القدرات الإبداعية الرياضية الكامنة في الرياضيات الشعبية، ولم ينجز في مسألة الانتقال حتى الآن إلا النزر اليسير.

وفي الواقع فان الرياضيات الشعبية لا توفر فقط وجهة نظر واسعة للرياضيات محتوية على ممارسات وطرق متصلة ببيئات ثقافية متنوعة، وإنما توفر أيضاً شمولية أكثر وكذلك لعمليات التكوين والتنظيم والتعليم، ونشر الرياضيات في كافة أرجاء المعمورة. إن الإقرار بصحة تاريخ الثقافات المختلفة يقدم فرصة، لتكوين قدرة ذاتية وثقافة قادرة على استشفاف طريقة عملية للأفراد للوصول إلى قوة إبداعهم بشكل كامل.

الهوامش

(١) ويطلق عليها أيضاً الرياضيات اللا مدرسية أو الرياضيات العرقية.

(٢) رئيس الجمعية البرازيلية لتاريخ العلوم، وهو أستاذ في معهد الرياضيات والإحصاء والحاسوب في جامعة كامبيناس، بالبرازيل.

(٣) الكتابان هما:

- **U. D'Ambrosio, Ethno mathematics: The Art**

of Teaching of Explaining and Understanding' Editora Atica. Sao Paolo , 1990.

- M. Ascher ‘‘ Ethno mathematics: A multicultural View of Mathematical ideas’ Brooks Cole Publishing Company Pacific Grove 1991.

المصادر

١. جيفيـــري هوســـون وبـــراين ويلســـون، ١٩٩٢م، الرياضيات المدرسية في التسعينيات، ترجمة خضر الأحمد وموفق دعبول، مؤسسة الكويت للتقدم العلمي، الكويت.

2. Ambresio. U (1994) , ‘‘Ethno mathematics: A Research Program on the History and Philosophy of Mathematics with Pedagogical implications’’ How Mathematician Work. Newsletter No. 4.

3. Ernest, P. (1994). ‘‘ The Philosophy of Mathematics’’ In Social Epistemology. Vol. 8, No 2 , 151-161.

4. Skovsmose , O. and L. Nielsen (1996) , "Critical Mathematic Education", international Handbook of Mathematics Education, Part 2 , Kluwer Academic Publishers. Dordrecht.

الكاتب في سطور

- أحمد محمد جواد محسن الحكيم
- عراقي الجنسية.
- مواليد البصرة (العراق) عام ١٩٤٧.
- حاصل على شهادة بكالوريوس في الرياضيات/تربية من جامعة البصرة عام ١٩٦٨/١٩٦٩.
- حاصل على شهادة دبلوم عال في الرياضيات من جامعة دندي (بريطانيا) عام ١٩٧٩.
- حاصل على شهادة ماجستير في الرياضيات من جامعة دندي (بريطانيا) عام ١٩٨١.
- عمل مدرساً للرياضيات في المدارس الثانوية في البصرة (١٩٧٠- ١٩٧٧)
- عمل أستاذاً للرياضيات في كلية التربية /جامعة قار يونس فرع البيضاء (١٩٨١)، وفي كليتي العلوم والتربية / جامعة سبها في ليبيا (١٩٨٢ ـ ١٩٩٦).

أراء تربوية في تعليم مادة الرياضيات

إن تعليم الرياضيات تعليماً جيداً ليس أمراً يسيراً، فهو عمل شاق، مثير. يتطلب من المتعلم استعدادات خاصة كالانتباه والتركيز والصبر والتذوق الجمالي للأرقام والأنماط وقوة في التفكير المنطقي والتخيل والتساؤل والجهد والمثابرة . ويتطلب من المعلم كسب عقل المتعلم وتحبيب الرياضيات وجعلها ممتعة، والتركيز على المحاكمة العقلية وعلى الروابط والعلاقات وتعزيز الاستنتاج العقلي، والقدرة على التعامل مع الأفكار المجردة، وهي الهدف الأساسي لهذا الكتاب .

دار كيوان
للطباعة والنشر والتوزيع
الحلبوني - دمشق - سوريا